

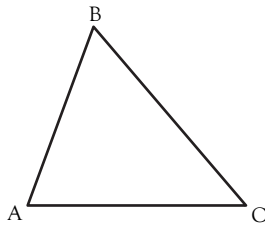


Geometría

TRIANGULOS

DEFINICIÓN

Es la figura geométrica formada por la unión de tres puntos no colineales mediante segmentos.



ELEMENTOS

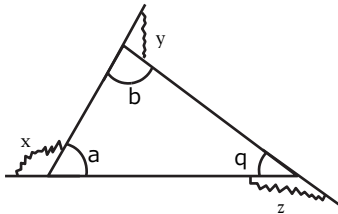
Vértices: A, B, C.

Lados: \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} .

NOTACIÓN

Triángulo ABC : $\triangle ABC$

ÁNGULOS DETERMINADOS



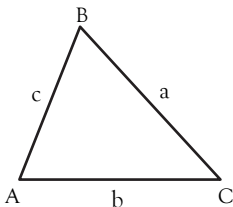
MEDIDA DE ÁNGULOS

Interior : a, b, q.

Exterior : x, y, z.

PERÍMETRO

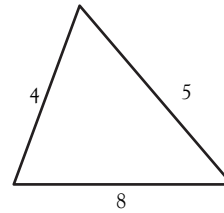
Es la suma de las medidas de los lados.



$$2p = a + b + c$$

Ejemplo:

De la figura, calcula el perímetro del triángulo.



Resolución:

$$2p = 4 + 5 + 8$$

$$2p = 17$$

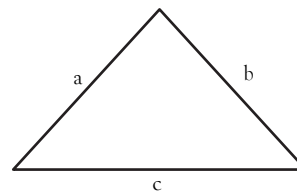
CLASIFICACIÓN

Los triángulos se clasifican por las medidas de sus ángulos y lados.

POR SUS LADOS

Triángulo Escaleno.

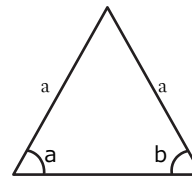
Es aquel triángulo que tiene sus lados diferentes.



$$a \neq b \neq c$$

Triángulo Isósceles.

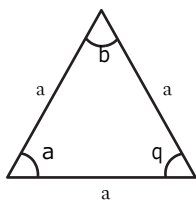
Es aquel triángulo que tiene dos lados iguales.



$$a = b$$

Triángulo Equilátero.

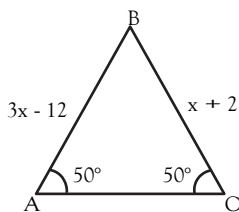
Es aquel triángulo que tiene sus tres lados iguales.



$a = b = q = 60^\circ$

Ejemplos:

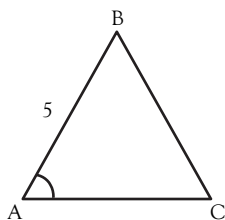
1) Calcula el valor de x.



Resolución:

Como $\hat{A} = \hat{C}$
 $\Rightarrow 3x - 12 = x + 2$
 $2x = 14$
 $x = 7$

2) Calcula el perímetro si el triángulo es equilátero.



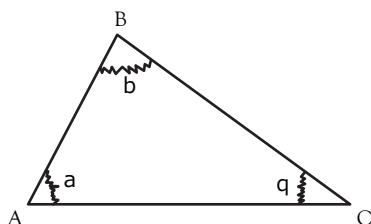
Resolución:

Como el ΔABC es equilátero,
 $BC = AC = 5$
 luego : $2p = 5 + 5 + 5 = 15$

POR SUS ÁNGULOS

Triángulo Acutángulo.

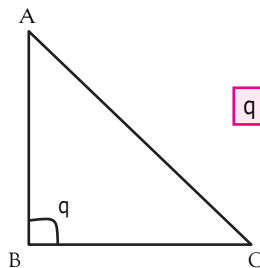
Es aquel cuyos ángulos internos son agudos.



$a < 90^\circ$
 $b < 90^\circ$
 $q < 90^\circ$

Triángulo Rectángulo.

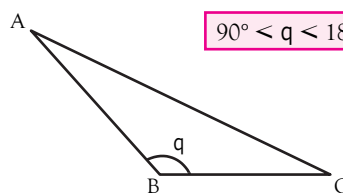
Es aquel que tiene un ángulo de 90° .



$q = 90^\circ$

Triángulo Obtusángulo.

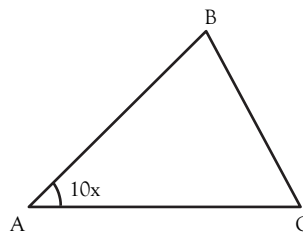
Es aquel que tiene un ángulo obtuso.



$90^\circ < q < 180^\circ$

Ejemplo:

Si el triángulo ABC es acutángulo, calcula el máximo valor entero que puede tomar "x".

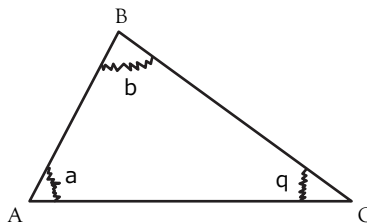


Resolución:

Como el ΔABC es acutángulo
 $10x < 90^\circ$
 $x < 9$
 $x = \{1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ, 7^\circ, 8^\circ\}$
 luego el máximo valor es 8° .

PROPIEDADES FUNDAMENTALES

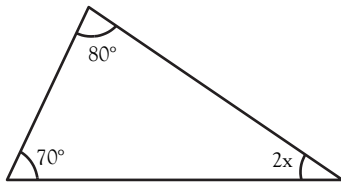
SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERNOS DE UN TRIÁNGULO



$a + b + q = 180^\circ$

Ejemplo:

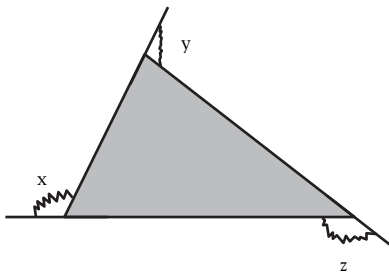
Calcula "x".



Resolución:

$$\begin{aligned} 70^\circ + 80^\circ + 2x &= 180^\circ \\ 150^\circ + 2x &= 180^\circ \\ 2x &= 180^\circ - 150^\circ \\ 2x &= 30^\circ \\ x &= 15^\circ \end{aligned}$$

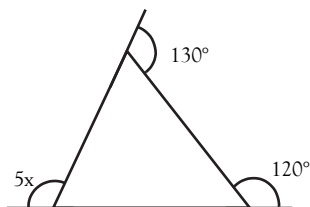
SUMA DE LOS ÁNGULOS EXTERNOS DE UN TRIÁNGULO



$$x + y + z = 360^\circ$$

Ejemplo:

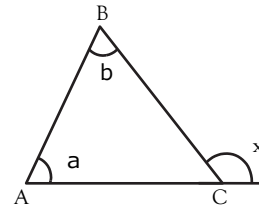
Calcula "x".



Resolución:

$$\begin{aligned} 5x + 130^\circ + 120^\circ &= 360^\circ \\ 5x &= 110^\circ \\ x &= 22^\circ \end{aligned}$$

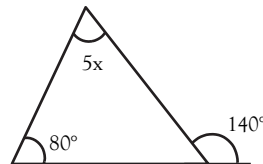
UN ÁNGULO EXTERIOR A UN TRIÁNGULO



$$x = a + b$$

Ejemplo:

Calcula "x".

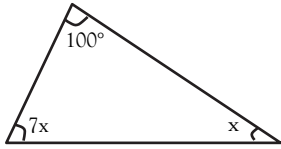


Resolución:

$$\begin{aligned} 140^\circ &= 5x + 80^\circ \\ 60^\circ &= 5x \\ 12^\circ &= x \end{aligned}$$

Ejercicios Resueltos

1) Calcula "x".

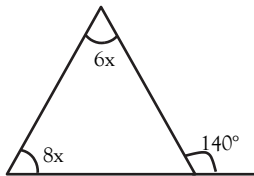


Resolución:

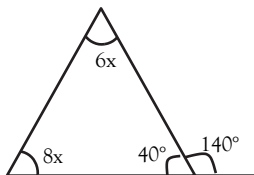
La suma de las medidas de los ángulos interiores es 180° .

$$\begin{aligned} 7x + x + 100^\circ &= 180^\circ \\ 8x &= 80^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

2) Calcula "x".



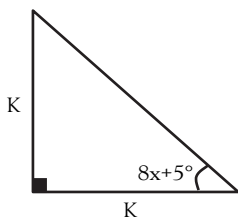
Resolución:



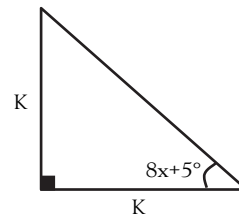
Sabemos:

$$\begin{aligned} 8x + 6x + 40^\circ &= 180^\circ \\ 14x &= 140^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

3) Calcula "x".



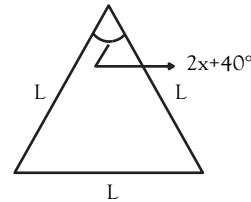
Resolución:



Es un triángulo rectángulo isósceles:

$$\begin{aligned} 8x + 5^\circ &= 45^\circ \\ 8x &= 40^\circ \\ x &= 5^\circ \end{aligned}$$

4) Calcula "x".

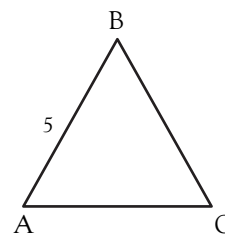


Resolución:

El triángulo es equilátero:

$$\begin{aligned} 2x + 40^\circ &= 60^\circ \\ 2x &= 20^\circ \\ x &= 10^\circ \end{aligned}$$

5) Calcula el perímetro del triángulo y la suma de sus ángulos internos si es un triángulo equilátero.



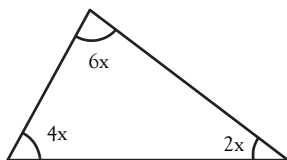
Resolución:

Como es un triángulo equilátero, todos sus lados son iguales, entonces: $2p = 5 + 5 + 5 = 15$

Y sus ángulos internos iguales a 60° , entonces: # ángulos internos = $60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

Resolviendo en clase

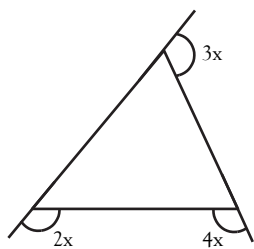
1 Calcula x.



Resolución:

Rpta:

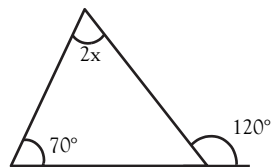
2 Calcula x.



Resolución:

Rpta:

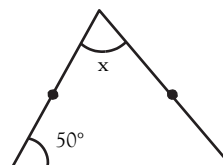
3 Calcula x.



Resolución:

Rpta:

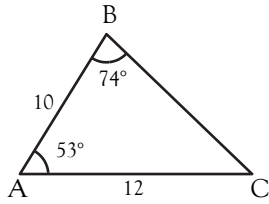
4 Calcula x.



Resolución:

Rpta:

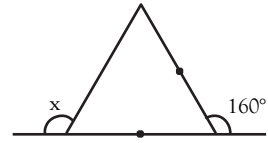
- 5 Calcula el perímetro del ΔABC .



Resolución:

Rpta:

- 6 Calcula x.

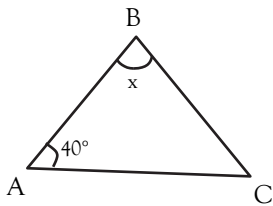


Resolución:

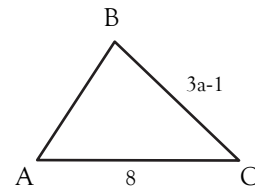
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

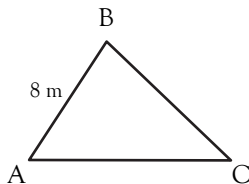
7. Halla x si $AB = BC$



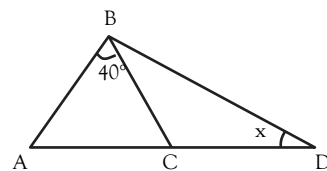
9. Halla "a" si ABC es un triángulo equilátero.



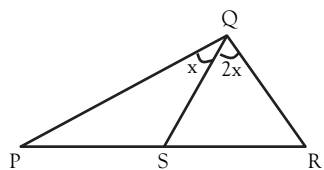
8. Calcula el perímetro del ΔABC si es equilátero.



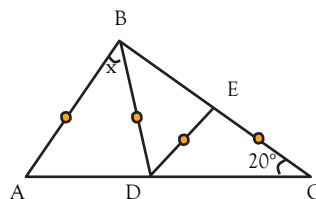
10. Halla x si $AB = BC = CD$



11. Halla x si $QS = QR = PS$

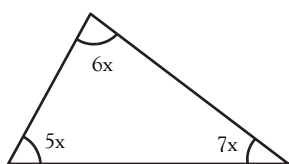


12. Si $AB = BD = DE = EC$, calcula x .



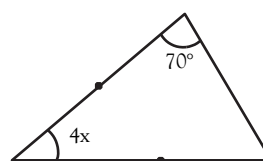
Para reforzar

1. Calcula x .



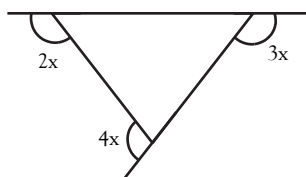
- a) 15° b) 18° c) 12°
 d) 10° e) 5°

4. Calcula x .



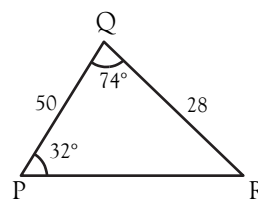
- a) 5° b) 10° c) 15°
 d) 20° e) 30°

2. Calcula x .



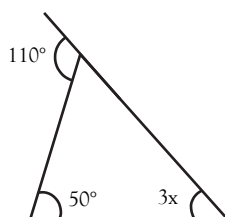
- a) 60° b) 70° c) 80°
 d) 50° e) 40°

5. Calcula el valor del perímetro del $\triangle PQR$.



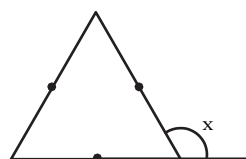
- a) 114 b) 128 c) 57
 d) 39 e) 80

3. Calcula x .



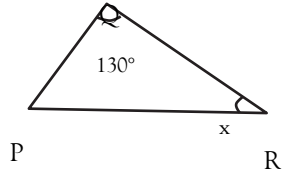
- a) 20° b) 30° c) 40°
 d) 10° e) 50°

6. Calcula x .



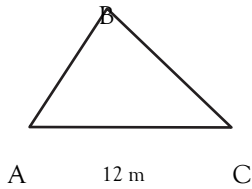
- a) 90° b) 135° c) 120°
 d) 100° e) 75°

7. Halla x si $PQ = QR$.



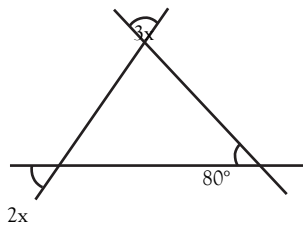
- a) 25° b) 20° c) 35°
 d) 30° e) 45°

8. Calcula el perímetro del ΔABC , si es equilátero.



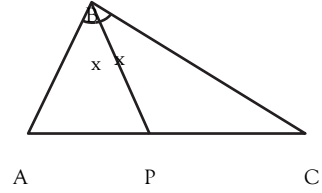
- a) 32 m b) 36 m c) 30 m
 d) 48 m e) 60 m

9. Calcula x .



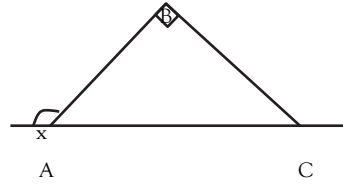
- a) 20° b) 30° c) 5°
 d) 25° e) 40°

10. Calcula x si $AC = BC$ y $AB = BP$.



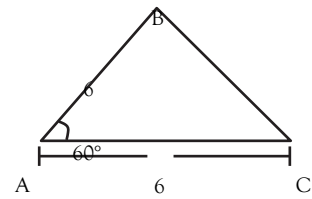
- a) 36° b) 30° c) 40°
 d) 48° e) 18°

11. Halla x si $AB = BC$.



- a) 120° b) 130° c) 125°
 d) 115° e) 135°

12. Halla el perímetro del ΔABC .



- a) 12 b) 14 c) 20
 d) 18 e) 25