



## TEORIA DE CONJUNTOS

### IDEA DE CONJUNTO

Intuitivamente se entiende como conjunto a una agrupación, colección, reunión de objetos reales o ideales, a los cuales se les denomina elementos del conjunto.

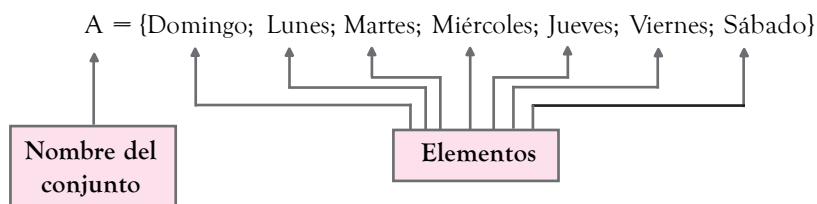
- Ejemplos:**
- Los días de la semana
  - Los países de América del Sur.
  - Los jugadores de un equipo de fútbol.

### NOTACIÓN

Para representar un conjunto, se ha convenido emplear llaves { }, dentro de los cuales se nombran los elementos del conjunto o se enuncia la propiedad común que caracteriza a todos los elementos del conjunto considerado.

**Ejemplo:**

- Representemos el conjunto formado por los días de la semana.



Se lee: A es el conjunto cuyos elementos son los días de la semana.

- Representemos el conjunto formado por los números primos

$$B = \{\text{Números primos}\}$$

Se lee: B es el conjunto formado por los números primos.

### DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO

#### POR EXTENSIÓN:

Es cuando se señala cada uno de los elementos de un conjunto.

$$G = \{a; e; i; o; u\}$$

$$H = \{2; 4; 6; 8\}$$

$$I = \{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$$



## POR COMPRESIÓN:

Es cuando se señala una o más características comunes y exclusivas a los elementos del conjunto.

$$G = \{n/n \text{ es una vocal}\}$$

$$H = \{\text{Los números pares positivos menores que } 9\}$$

$$I = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 15\}$$

## CARDINAL DE UN CONJUNTO

Nos indica la cantidad de elementos diferentes que posee el conjunto y se representa por  $n(A)$  o  $\#(A)$ . Ejemplos:

$$B = \{11; 12; 13; 14; 15; 16\} \rightarrow n(B) = 6$$

$$C = \{6; 6; 6; 6\} = \{6\} \rightarrow n(C) = 1$$

## CONJUNTOS NUMÉRICOS

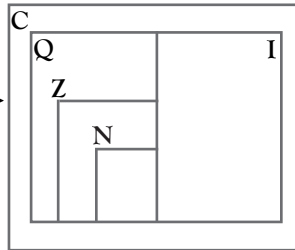
Naturales  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$

Enteros  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

Racionales  $Q = \left\{ \left( \frac{a}{b} \right) / a, b \in Z \wedge b \neq 0 \right\}$

Irracionales  $I = \{ \sqrt{5}, \pi, \varepsilon, \sqrt{-7} \}$

Reales  $R = Q \cup I$



Complejos  $C = \{a + bi / a, b \in R; i = \sqrt{-1}\}$

## CONJUNTOS ESPECIALES

**Conjunto vacío:** Es aquel conjunto que no tiene ningún elemento.

Notación:  $\emptyset$ ;  $\{\}$

### Ejemplo:

$$A = \{x/x \text{ son los jugadores europeos que juegan en Alianza Lima}\}$$

Nota:  $\emptyset \neq \{0\}$        $\emptyset \neq \{\{\}$

**Conjunto unitario:** Es aquel conjunto que tiene 1 solo elemento.

### Ejemplo:

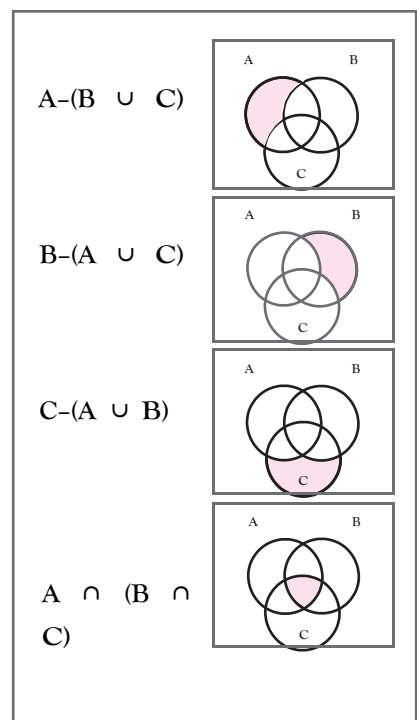
$$A = \{x/x \text{ es el actual presidente del Perú}\}$$

$$B = \{6; 6; 6; 6\}$$

**Conjunto universal:** Dados uno o más conjuntos se llama conjunto universal a otro conjunto que posee todos los elementos de los conjuntos dados.

### Ejemplo:

$$B = \{\text{gallinas; pavos}\} \rightarrow U = \{x/x \text{ es una ave}\}$$



## RELACIONES ENTRE CONJUNTOS

### RELACIÓN DE PERTENENCIA ( $\in$ )

Es una relación elemento - conjunto.

Si el elemento  $a$  pertenece al conjunto  $A$ , se escribe  $a \in A$ .

Si el elemento  $b$  no pertenece al conjunto  $A$ ; se escribe  $b \notin A$ .

#### Ejemplo:

Sea  $C = \{1; 4; \{1; 2\}; 5; \{6\}\}$

- |                |                    |                |
|----------------|--------------------|----------------|
| * $4 \in C$    | * $\{1; 2\} \in C$ | * $1 \in C$    |
| * $8 \notin C$ | * $5 \in C$        | * $6 \notin C$ |

### RELACIÓN DE INCLUSIÓN ( $\subset$ )

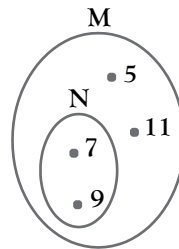
Se dice que un conjunto "A" está incluido en "B" si todos los elementos de "A" son también de "B".

Se denota :  $A \subset B$

Se lee : A está incluido en B  
 A está contenido en B  
 A es un subconjunto de B

#### Ejemplo:

- $M = \{5; 7; 9; 11\} \rightarrow N$  está incluido en  $M$   
 $N = \{7, 9\} \rightarrow N$  está contenido en  $M$   
 $N \subset M \rightarrow N$  es un subconjunto de  $M$



En general:

$$\text{Si } n(A) = n$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{N.º subconjuntos de } A = 2^n \\ \text{N.º subconjuntos propios de } A = 2^n - 1 \\ \text{N.º de elementos de } P(A) = n(P(A)) = 2^n \end{array} \right.$$

#### Nota

- \* Convencionalmente, el conjunto nulo o vacío se considera incluido en todo conjunto.
- \* Todo conjunto es subconjunto de sí mismo pero no es subconjunto propio de sí mismo.

## SUBCONJUNTO DE UN CONJUNTO

#### Ejemplo:

Si  $A = \{m; n; p\}$

$$P(A) = \overbrace{\{\emptyset; \{m\}; \{n\}; \{p\}; \{m, n\}; \{m, p\}; \{n, p\}; \{m, n, p\}\}}^{\text{subconjuntos de } A}$$

Subconjuntos propios de  $A$

donde:

- $P(A)$  Es el conjunto potencia de  $A$
- $n(A) = 3 \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{N.º de subconjuntos de } A = 2^3 = 8 \\ \text{N.º de subconjuntos propios de } A = 2^3 - 1 = 7 \end{array} \right.$

## Ejercicios Resueltos

1) Dados los siguientes conjuntos:

$$A = \{2, 4, 6\}$$

$$B = \{4, 6, 8\}$$

Halla  $A \cap B$

**Resolución:**

$$\Rightarrow A \cap B = \{4, 6\}$$

2) ¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son falsas?

$$A = \{1, 5, 7, 9, 13\}$$

I)  $1 \in A$  (V)

II)  $5 \in A$  (V)

III)  $13 \in A$  (F)

3) Si  $A = \{a+2; b+1; 6\}$

Es unitario, halla  $a \times b$

**Resolución:**

$$\begin{array}{l} * a + 2 = 6 \quad * b + 1 = 6 \\ a = 4 \quad \quad b = 5 \end{array}$$

$$a \cdot b = (4) \cdot (5) \Rightarrow \underline{20}$$

4) Calcula el  $n(A)$

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}; 4 < x \leq 11\}$$

**Resolución:**

$$* x = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

5) Halla la cantidad de subconjuntos del conjunto A.

$$A = \{c, o, l, e, g, i, o\}$$

**Resolución:**

$$* 2^6 = 64$$

## Resolviendo en clase

1 Dado el conjunto:  $A = \{5; \{7\}; 9; 12\}$   
Coloca verdadero (V) o falso (F); según corresponda.

- i)  $\{7\} \in A$  ( )      iii)  $5 \in A$  ( )  
ii)  $\{9\} \in A$  ( )      iv)  $12 \in A$  ( )

Resolución:

3 Sea:  $B = \{x/x \in \mathbb{N}, -5 < x < 0\}$   
Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. B es un conjunto unitario. ( )  
II.  $n(B) = 4$  ( )  
III.  $B = \{-4, -3, -2, -1\}$  ( )

Resolución:

**Rpta:**

2 Dado el conjunto:  $N = \{1; \{3\}; \{5\}; 7\}$   
¿Cuántas proposiciones son falsas?

- i)  $\{3\} \subset N$  ( )  
ii)  $3 \in N$  ( )  
iii)  $\{\{3\}\} \subset N$  ( )  
iv)  $\{\{5\}; \{7\}\} \in N$  ( )  
v)  $3 \in N$  ( )

Resolución:

**Rpta:**

**Rpta:**

4 Calcula:  $n(C) + n(D)$  si:  
 $C = \{I; D; E; A; \{S; G\}\}$   
 $D = \{L; \{A; S\}; \{F; L\}; O; R; E; S\}$

Resolución:

**Rpta:**

5 Halla por comprensión:

$$A = \{-5; -2; 1; 4\}$$

Resolución:

6 Sea:

$$A = \{x+1/x \in \mathbb{N} \wedge -1 < x < 3\}$$

$$B = \{2x - 1/x \in \mathbb{Z} \wedge 3 < x < 8\}$$

¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son falsas?

I.  $n(A) = 4$  ( )

II.  $n(B) = 4$  ( )

III.  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  ( )

IV.  $B = \{7, 9, 11, 13\}$  ( )

Resolución:

**Rpta:**

**Rpta:**

## Ahora en tu cuaderno

7. Si:  $W = \{b^2 + 1; 3a - 1; 17\}$  es un conjunto unitario, halla el mínimo valor de  $a + b$ .

8. ¿Cuántos subconjuntos tiene cada uno de los siguientes conjuntos?  
 $A = \{c; o; l; e; g; i; o\}$   
 $B = \{i; d; e; a; s\}$

9. Si un conjunto tiene 31 subconjuntos propios, ¿cuántos elementos tiene el conjunto?

10. Determina por extensión  
 $A = \{\sqrt{x}/x \in \mathbb{N} \wedge -7 < x < 12\}$

11. Sea:  
 $A = \{x^3 + x/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge -2 < x < 7\}$   
 $B = \{x+1/x \in \mathbb{N} \wedge -3 < x < 8\}$   
Relaciona correctamente:  
I.  $n(A)$  a. 6  
II.  $n(B)$  b. 7  
III.  $n(A) + n(B)$  c. 13

12. Calcula  $n(P) + n(R)$  si:

$$P = \left\{ \frac{2x+1}{3} / x \in \mathbb{Q} \wedge -5 \leq x \leq 8 \right\}$$

$$R = \left\{ \frac{3x}{2} / x \in \mathbb{Q}^+ \wedge -1 \leq x \leq 0 \right\}$$

## Para reforzar

- Dado el conjunto:  $B = \{3; \{6\}; 9; 15\}$   
Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.  
i)  $\{3\} \in B$  ( )      iii)  $\{6\} \in B$  ( )  
ii)  $\{15\} \in B$  ( )      iv)  $9 \in B$  ( )  
a) VVFF      b) FVVV      c) VFFV  
d) FFVV      e) FVVV
- Dado el conjunto:  $M = \{a; \{b\}; \{m\}; p\}$   
¿Cuántas proposiciones son falsas?  
i)  $\{b\} \subset M$  ( )  
ii)  $b \in M$  ( )  
iii)  $\{\{m\}\} \subset M$  ( )  
iv)  $\{\{b\}; \{m\}\} \in M$  ( )  
a) 1      b) 4      c) 2  
d) 0      e) 3
- Sea:  $A = \{6; 6; \{6\}\}$   
Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.  
I. A es un conjunto unitario. ( )  
II.  $n(A) = 3$  ( )  
III.  $n(A) = 1$  ( )  
a) VVF      b) FFV      c) VFV  
d) VFF      e) FFF
- Calcula  $n(M) \times n(N)$  si:  
 $M = \{C, O, L, E, G, I, O\}$   
 $N = \{A, U, L, A\}$   
a) 28      b) 24      c) 21  
d) 15      e) 18
- Halla por comprensión:  $A = \{1; 4; 9; 16\}$   
a)  $A = \{x/0 \leq x \leq 16\}$  b)  $A = \{x^2/x \in \mathbb{Z} \wedge x \leq 4\}$  c)  $A = \{x^2/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 4\}$   
d)  $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 16\}$   
e)  $A = \{2x^2/x \in \mathbb{N} \wedge x \leq 8\}$
- Sea:  $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 2 < x < 5\}$   
 $B = \{2x/x \in \mathbb{Z} \wedge 2 \leq x \leq 5\}$   
¿Cuántas de las siguientes afirmaciones son verdaderas?  
I.  $n(A) = 6$  ( )  
II.  $n(B) = 4$  ( )  
III.  $A = \{3, 4, 5, 6\}$  ( )  
IV.  $B = \{3, 4, 5, 6\}$  ( )  
a) 1      b) 4      c) 2  
d) 0      e) 3
- Si:  
 $A = \{a + 2; b + 1; 6\}$   
es unitario, halla  $a \times b$ .  
a) 16      b) 20      c) 15  
d) 18      e) 14
- ¿Cuántos subconjuntos tiene cada uno de los siguientes conjuntos?  
 $P = \{e; x; i; t; o\}$   
 $Q = \{v; i; s; i; o; n\}$   
a) 32 y 64      b) 64 y 32      c) 32 y 120  
d) 64 y 64      e) 32 y 32
- Si un conjunto tiene 15 subconjuntos propios, ¿cuántos elementos tiene el conjunto?  
a) 2      b) 5      c) 3  
d) 15      e) 4
- Halla por extensión el conjunto:  
 $A = \{(x-1)^2/x \in \mathbb{N} \wedge x < 5\}$   
a)  $A = \{0; 1; 2; 4; 9\}$       b)  $A = \{1; 2; 0; 4; 9\}$   
c)  $A = \{1; 2; 3; 9\}$   
d)  $A = \{0; 1; 4; 9\}$       e)  $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$
- Sea:  
 $A = \{x^2+1/x \in \mathbb{Z}^+ \wedge -2 < x < 6\}$   
 $B = \{3x/x \in \mathbb{N} \wedge 1 < x < 8\}$   
Relaciona correctamente:  
I.  $n(A)$       a. 11  
II.  $n(B)$       b. 6  
III.  $n(A) + n(B)$       c. 5  
a) Ic, IIa, IIIb      b) Ic, IIb, IIIa  
c) Ia, IIb, IIIc  
d) Ia, IIc, IIIb      e) Ib, IIc, IIIa
- Calcula  $n(A) + n(B)$  si:  
 $A = \{x/x \in \mathbb{N}, 4 < x \leq 11\}$   
 $B = \{x/x \in \mathbb{Z}, 15 < x \leq 16\}$   
a) 12      b) 6      c) 10  
d) 7      e) 8