Triángulo Educativo

Física

3° SECUNDARIA

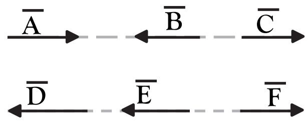
SUMA Y DIFERENCIA DE VECTORES

Suma de vectores paralelos y colineales

En este caso la resultante se determina mediante la suma algebraica de los módulos de los vectores.

Ejemplo:

Halla el vector resultante para el sistema de vectores.



Si: A = 2∝ B = 3∝ C = 1∝
D = 1∝ E = 3∝ F = 5∝

Resolución:

En este caso procedemos del siguiente modo.

- Los que tienen el mismo sentido se suman, es decir:

  $\overline{A}$, $\overline{C}$ y $\overline{F}$: $\overline{A}+\overline{C}+\overline{F}=2+1+5 = 8$ (□)

  $\overline{B}$, $\overline{D}$ y $\overline{E}$: $\overline{B}+\overline{D}+\overline{E}=3+1+3 = 7$ (□)

- Luego R = 8 – 7 = 1 (□)
  (Sentidos opuestos se restan)

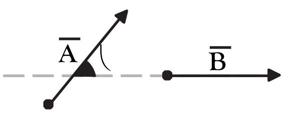
Suma de vectores concurrentes y coplanares

Para esto utilizaremos el siguiente método.

MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

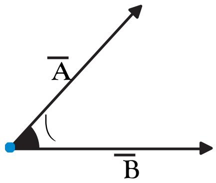
Este método se usa cuando dos vectores forman un ángulo diferente de cero entre sí.

Ejemplo:

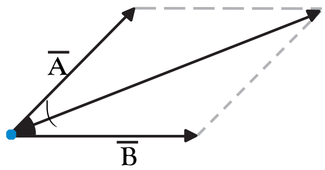


Resolución:

En este caso vamos a trasladar a uno de los vectores en forma paralela para que su punto inicial concuerde con el otro.

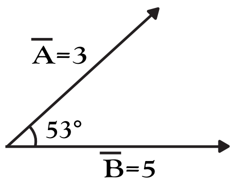


Ahora trazaremos paralelas a cada vector a partir de los extremos (punto final del vector) y la figura formada se llama: ____________________



Ejemplo:

Halla el módulo del vector resultante, si $\cos 53° = \frac{3}{5}$.

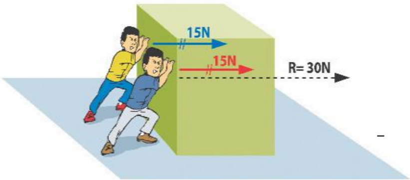


Resolución:

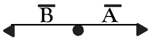
$$/\overline{R}/ = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2.3.5 \cos 53°}$$

$$/\overline{R}/ = \sqrt{9 + 25 + 2\,.\,3\,.\,\cancel{5}\,.\frac{3}{\cancel{5}}}$$

$$/\overline{R}/ = \sqrt{52} \quad ® \quad /\overline{R}/ = 2\sqrt{13}$$



$R = 15 + 15$
$R_{máx} = 30\ N$

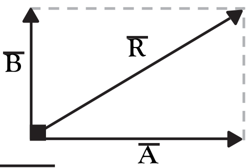
➲ Si $\theta = 180°$ ® 

A la resultante obtenida se le conoce como: Resultante Mínima.

$$\boxed{R_{mín} = A - B}$$

$R_{mín} = 15 - 15$
$R_{mín} = 0$

➲ Si $\theta = 90°$ (vectores perpendiculares)



$R^2 = \sqrt{A^2 + B^2}$

Teorema de Pitágoras.

Ejemplo:

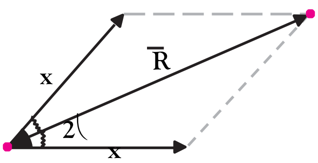
Si $R_{máx} = 7$ y $R_{mín} = 1$ para dos vectores, halla el módulo del vector resultante cuando dichos vectores son perpendiculares.

Resolución:

$7 = a + b$
$1 = a - b$
$a = 4,\ b = 3$

Por Pitágoras: $R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

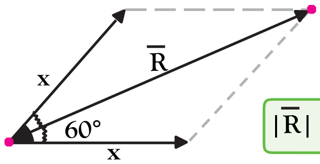
➲ Si dos vectores tienen módulos iguales:



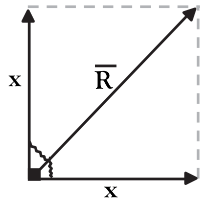
En este caso $\vec{R}$ divide al ángulo en dos iguales, es decir, es una bisectriz.

Ejemplo:

Halla el módulo de $\vec{R}$ en función de x.

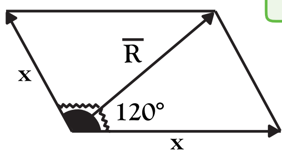


$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{3}x}$$

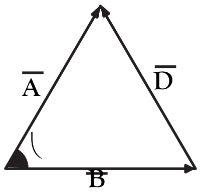


$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{2}x}$$

$$\boxed{|\vec{R}| = x}$$

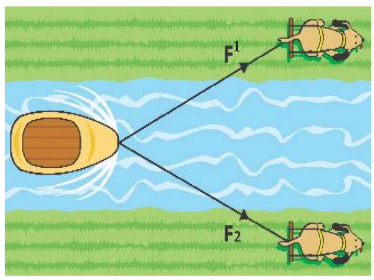


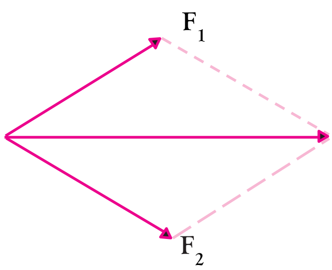
Diferencia de vectores (D)



$$\boxed{\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}}$$

$$\boxed{|\vec{D}| = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}}$$

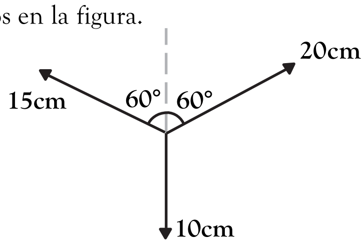




La barcaza se mueve por acción de la resultante de las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. La dirección de la resultante es la de la diagonal del paralelogramo de lados $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$.

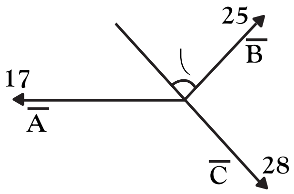
Problemas de Desafío

1. Determina el módulo de la resultante de los tres vectores mostrados en la figura.



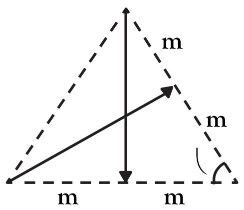
   a) 5 cm
   b) $5\sqrt{3}$ cm
   c) 10 cm
   d) $10\sqrt{3}$ cm
   e) 20 cm

2. Si A + B + C = 0, halla el valor del ángulo (.



   a) 30°
   b) 37°
   c) 45°
   d) 53°
   e) 60°

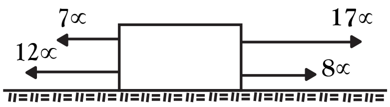
3. Halla la medida del ángulo (para que el módulo de la resultante de los vectores sea igual a m.



   a) 30°
   b) 60°
   b) 60°
   d) 120°
   e) 150°

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Determina el módulo y la dirección del vector resultante, para el sistema dado.

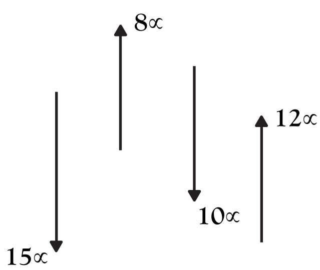


Resolución:

Como los vectores son paralelos, entonces la resultante R va a ser:

$|\overline{R}| = 17 + 8 - 7 - 12$
$|\overline{R}| = 6$∝, hacia la derecha (□).

2. Determine el módulo y la dirección de la resultante de los vectores mostrados.



Como los vectores son paralelos, entonces la resultante R va a ser:

$|\overline{R}| = 15 + 10 - 8 - 12$
$|\overline{R}| = 5$, hacia abajo (□)

3. Se tiene dos vectores del mismo tipo, cuyos módulos son 15∝ y 7∝, respectivamente. Determina el módulo de su máxima y mínima resultante.

Resolución:

La máxima resultante se da cuando el ángulo entre los vectores es cero. Entonces el módulo de la resultante máxima es:

$$R_{máx} = 15 + 7 = 22∝$$

La mínima resultante se da cuando el ángulo formado por los 2 vectores es 180°. Entonces el módulo de la resultante mínima es:

$$R_{mín} = 15 - 7 = 8∝$$

4. Si el módulo de la máxima resultante de 2 vectores es 24∝ y el módulo de la resultante mínima es 6∝, determina el módulo de cada vector.

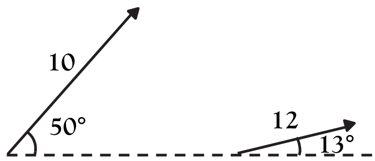
Resolución:

Tenemos $R_{máx} = A + B$ y
$R_{mín} = A - B$

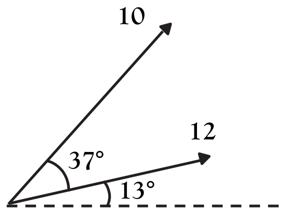
Donde $R_{máx} = 24$∝ y $R_{mín} = 6$∝

$$\begin{array}{l} 24 = A + \cancel{B} \\ \underline{\ \ 6 = A - \cancel{B}} \\ 30 = 2A \end{array} \quad ® \quad \begin{array}{l} A = 15∝ \\ B = 9∝ \end{array}$$

5. Del gráfico, determina el módulo de la resultante.



Resolución:



Tenemos que el módulo de la resultante (R) es:

$$R = \sqrt{10^2+12^2 + 2(10)(12)\cos 37°}$$

$$R = \sqrt{100 + 144 + 2(10)(12)\left(\frac{4}{5}\right)}$$

$$R = \sqrt{100 + 144 + 192}$$

$$R = \sqrt{436} \qquad R = 2\sqrt{109}$$

Resolviendo en clase

1 Halla el módulo del vector resultante

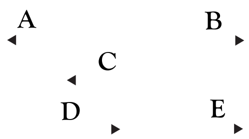
A = 5

B = 3

C = 12

D = 10

E = 3

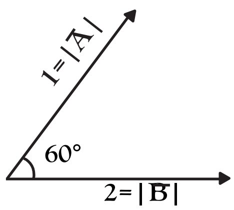


Resolución:

Rpta:

2 Halla el módulo del vector resultante

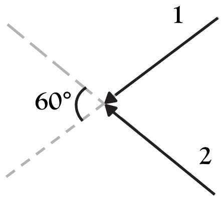
Dato : $\cos 60° = 1/2$; $\cos 120° = -1/2$



Resolución:

Rpta:

3 Halla el módulo del vector resultante

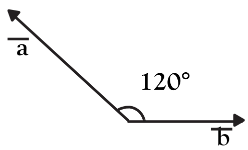


Resolución:

Rpta:

4 Halla el módulo del vector resultante

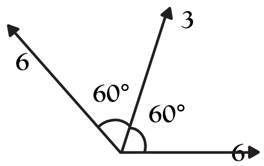
Dato : $\cos 60° = 1/2$; $\cos 120° = -1/2$



Resolución:

Rpta:

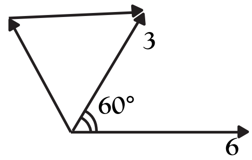
5 **Halle el módulo del vector resultante de cada caso:**



Resolución:

Rpta:

6 **Halle el módulo del vector resultante de cada caso:**

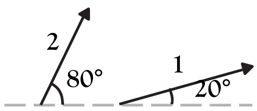


Resolución:

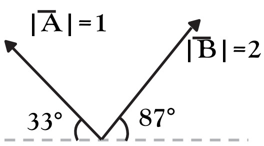
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

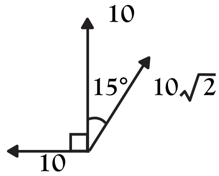
7. Halla el módulo del vector resultante de:



8. Halla el módulo del vector resultante de:
Halla $|A - B|$

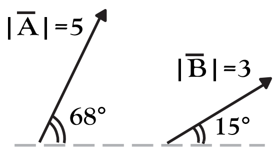


9. Halla el módulo de la resultante del sistema vectorial mostrado.

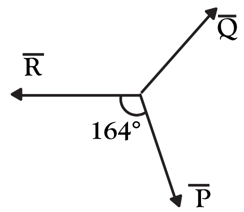


10. Determina el ángulo entre dos vectores de $5\propto$ y $12\propto$, si la magnitud del vector resultante es de $13\propto$.

11. Dados los vectores $\overline{A}$ y $\overline{B}$ mostrados en la figura, determina $|A-2B|$



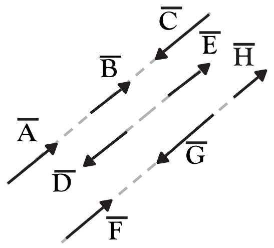
12. La resultante de los tres vectores coplanares mostrados en la figura es cero. Halla el módulo del vector $\overline{Q}$ si $|\overline{P}| = 15$ y $|\overline{R}| = 20$.



Para reforzar

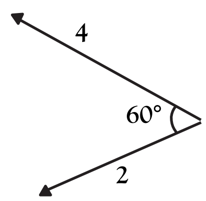
1. Halla el módulo del vector resultante de:

A = 3
B = 4
C = 5
D= 4
E = 2
F = 3
G = 1
H = 2



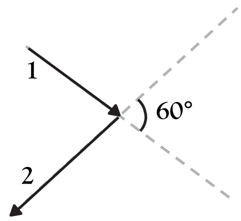
a) 1 b) 2 c) 3
d) –3 e) 4

2. Halla el módulo del vector resultante de:



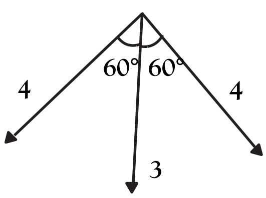
a) 4 b) $2\sqrt{7}$ c) $\sqrt{7}$
d) $3\sqrt{7}$ e) $4\sqrt{7}$

3. Halla el módulo del vector resultante de:



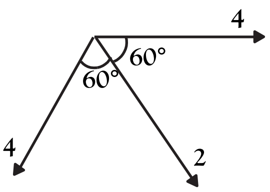
a) 1 b) 2 c) $\sqrt{3}$
d) –2 e) 4

4. Halla el módulo del vector resultante de:



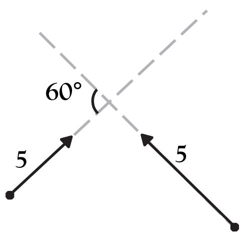
a) 4 b) 8 c) 3
d) 7 e) 5

5. Halla el módulo del vector resultante de:



a) 7 b) 8 c) 10
d) 6 e) 9

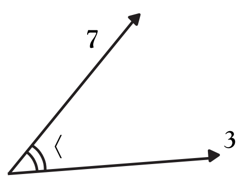
6. Halla el módulo del vector resultante de:



a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) $5\sqrt{3}$

7. Halla el módulo del vector resultante de:

cos ⟨ = 1/7



a) 4 b) 8 c) 6
d) 10 e) 16

8. La resultante máxima de los vectores es 8 y la mínima es 2. ¿Cuál es el módulo de cada vector?

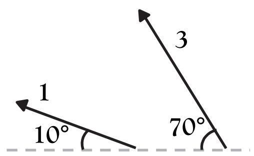
75° **15°**

a) 5; 3 b) 6; 8 c) 9; 4
d) 6; 3 e) 5; 4

9. Dos vectores tienen una resultante mínima que vale 4 y una resultante máxima igual a 16. ¿Cuál es la resultante de estos vectores cuando forman 60°?

a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18

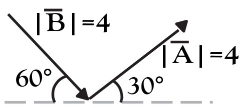
10. Halla el módulo del vector resultante de:



a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{13}$ c) $\sqrt{11}$
d) $\sqrt{10}$ e) $\sqrt{7}$

11. Halla el módulo del vector resultante de:

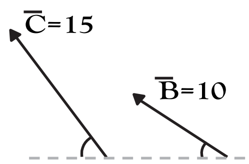
Halla $|\overline{A} - \overline{B}|$



a) $3\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{2}$
d) 5 e) $4\sqrt{3}$

12. Halla el módulo del vector resultante de:

$|\overline{C} - \overline{B}|$



a) $10\sqrt{3}$ b) 10 c) 20
d) $20\sqrt{4}$ e) $5\sqrt{7}$