



# Álgebra

## SISTEMA DE ECUACION LINEAL

### SISTEMA LINEAL DE ECUACIONES DE DOS VARIABLES

Son ecuaciones del tipo: 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

donde "x" e "y" son las incógnitas; y a, b, c, d, e, y f son constantes.

### ¿QUÉ SIGNIFICA "RESOLVER UN SISTEMA DE ECUACIONES"?

Significa hallar los valores de las incógnitas (generalmente x e y), de tal manera que al reemplazar en las ecuaciones se verifique la igualdad.

### MÉTODOS PARA RESOLVER SISTEMAS

Existen muchos métodos para resolver SISTEMAS DE ECUACIONES, algunos más sencillos que otros. Estudiaremos tres de ellos:

#### 1. Método de Reducción o Eliminación

En este método, el objetivo es eliminar una de las incógnitas sumando o restando ambas ecuaciones.

##### Ejemplo:

Resuelve el sistema: 
$$\begin{cases} x + 2y = 12 & \dots\dots \text{ecuación } \textcircled{1} \\ 4x - y = 3 & \dots\dots \text{ecuación } \textcircled{2} \end{cases}$$

##### Resolución:

Si sumamos ambas ecuaciones no se elimina ninguna incógnita, así que multipliquemos por 2 la ecuación  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 2[4x - y] = 2[3] \end{cases} \Rightarrow \text{Este artificio es muy usado en la resolución de sistemas.}$$

Tenemos: 
$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 8x - 2y = 6 \end{cases}$$

Sumando: 
$$9x = 18$$

$\Rightarrow x = 2$  Este valor será sustituido en cualquier ecuación.

Así obtenemos:  $y = 5$

#### 2. Método de Igualación

Se despeja una misma variable en ambas ecuaciones, luego se igualan ambos resultados.

##### Ejemplo:

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 12 & \dots\dots \text{ecuación } \textcircled{1} \\ 4x - y = 3 & \dots\dots \text{ecuación } \textcircled{2} \end{cases}$$

##### Resolución:

Despejando "y" en  $\textcircled{1}$ .

$$\begin{aligned} x + 2y &= 12 \\ \rightarrow 2y &= 12 - x \\ \rightarrow y &= \frac{12 - x}{2} \end{aligned}$$

Despejando "y" en  $\textcircled{2}$ .

$$\begin{aligned} 4x - y &= 3 \\ \rightarrow 4x &= 3 + y \\ \rightarrow 4x - 3 &= y \end{aligned}$$

Luego igualamos ambos resultados:

$$\begin{aligned} \frac{12 - x}{2} &= 4x - 3 \\ 12 - x &= 2(4x - 3) \\ 12 - x &= 8x - 6 \\ 12 + 6 &= 8x + x \\ 18 &= 9x \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Reemplazando el valor de «x» en ① o en ② tenemos:

$$\begin{aligned} 2 + 2y &= 12 \\ \rightarrow 2y &= 12 - 2 \\ \rightarrow y &= \frac{10}{2} = 5 \\ \Rightarrow &\boxed{y = 5} \end{aligned}$$

### 3. Método de Sustitución

Es similar al método anterior; con la diferencia de que únicamente se despeja una variable en una ecuación, y este resultado se reemplaza en la otra ecuación.

#### Ejemplo:

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y = 12 \dots\dots\text{ecuación } \textcircled{1} \\ 4x - y = 3 \dots\dots\text{ecuación } \textcircled{2} \end{cases}$$

#### Resolución:

De ① despejando a la incógnita "x".  
 $x = 12 - 2y$

Este resultado lo reemplazamos en ②:

$$\begin{aligned} 4(12 - 2y) - y &= 3 \\ \rightarrow 48 - 8y - y &= 3 \\ \rightarrow 48 - 3 &= 8y + y \\ \rightarrow 45 &= 9y \\ \Rightarrow &\boxed{y = 5} \end{aligned}$$

Este valor se reemplaza en ① o en ② y obtenemos el valor de "x".

$$\begin{aligned} x + 2(5) &= 12 \\ \rightarrow x &= 12 - 10 \\ \Rightarrow &\boxed{x = 2} \end{aligned}$$

### Ejercicios Resueltos

1. Resuelve:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - y = 9 \end{cases}$$

#### Resolución:

$$\begin{cases} x - y = 4 \dots\dots\dots(1) \\ 2x - y = 9 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Hacemos:  $E_c(2) - E_c(1)$

$$x = 5 \text{ reemplazamos en } E_c(1) \rightarrow \boxed{y = 1}$$

2. Resuelve:

$$\begin{cases} 4x = 3y - 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

#### Resolución:

$$\begin{cases} 4x - 3y = -3 \dots\dots\dots(1) \\ x + y = 1 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Hacemos:  $E(1) + 3E(2)$

$$7x = 0 \xrightarrow{c} x = 0$$

Reemplazando en  $E_c(1)$ :

$$\boxed{y = 1}$$

3. Resuelve:

$$\begin{cases} 4x - 9y = -1 \\ 2x + 6y = 3 \end{cases}$$

Indica "x".

#### Resolución:

$$\begin{cases} 4x - 9y = -1 \dots\dots\dots(1) \\ 2x + 6y = 3 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Hacemos:  $2[E_c(1)] + 3[E_c(2)]$ :

$$\begin{array}{r} 2(4x - 9y) = -2 \\ 3(2x + 6y) = 9 \\ \hline 8x - 18y + 6x + 18y = 7 \end{array} \downarrow (+)$$

$$14x = 7 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

4. Resuelve:

$$\begin{cases} 2x - 4 = -y \\ \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

#### Resolución:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \dots\dots\dots(1) \\ x + y = 1 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Hacemos:  $E_c(1) - E_c(2)$

$$x = 3 \rightarrow \boxed{y = -2}$$

## Resolviendo en clase

1 Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 12 \end{cases}$$

*Resolución:*

3 Resuelve por el método de igualación:

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ 2x = 5 - y \end{cases}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

*Rpta:*

2 Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x - 3 = 2y \\ 3y - 1 = x \end{cases}$$

*Resolución:*

4 Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 1 = 4(1 - y) \end{cases}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

*Rpta:*

5 Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} y + 6 = -1 \\ x + 3 = 2 \\ \cancel{x} \end{cases}$$

*Resolución:*

6 Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} 2 = 2 \\ 2x - 4 = -y \\ x + y = 1 \end{cases}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Resuelve por el método de reducción:

$$\begin{cases} x + y = -1 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$$

8. Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} y - 8 = 2x \\ x + 2y = 3(y - 3) \end{cases}$$

9. El sistema:

$$\begin{cases} (a + b)x + (a - b)y = 15 \\ (2a - 3b)x + (2a - 5b)y = a + 2b \end{cases}$$

admite como soluciones:

$x = 3; y = -7$ , por tanto la diferencia  $(a - b)$ , vale:

10. ¿Qué valor debe tener "a" para que "x" sea igual a "y" en el siguiente sistema?

$$\begin{cases} ax + 4y = 119 \\ 5x - ay = 34 \end{cases}$$

11. Resuelve:

$$\begin{cases} a + 7b = 15 \\ 3a - 7b = -11 \end{cases}$$

Halla  $b/a$

12. Resuelve:

$$\begin{cases} 2x + 9y = -38 \\ x - 9y = 35 \end{cases}$$

Halla  $x + y$

## Para reforzar

1. Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

- a) (1; 2)      b) (-1; -2)      c) (3; 4)  
d) (6; 1)      e) (2; 3)

2. Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 9 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

- a) (2; 3)      b) (1; 3)      c) (4; 1)  
d) (4; 7)      e) (2; 1)

3. Resuelve por el método de igualación:

$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

- a) (0; -2)      b) (2; -1)      c) (-2; -1)  
d) (1; 0)      e) (5; -3)

4. Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} 2y + 3x = 13 \\ x - 8y = 0 \end{cases}$$

- a) (4; 1/2)      b) (1/2; 4)      c) (2; 1/2)  
d) (2; -2)      e) (3; 1/3)

5. Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} = y \\ \frac{y-1}{2} = x - 7 \end{cases}$$

- a) (8; 3)      b) (7; 4)      c) (5; 2)  
d) (2; 1)      e) (6; 4)

6. Resuelve por el método de sustitución:

$$\begin{cases} x - \frac{y}{2} - 1 = 0 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 2 \end{cases}$$

- a) (2; 5)      b) (5; -3)      c) (4; 3)  
d) (1; 3)      e) (3; -1)

7. Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} 2x - 4 = -y \\ \frac{x+y}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- a) (2; -5)      b) (2; -5)      c) (3; -2)  
d) (1; 7)      e) (4; -3)

8. Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} x - \frac{y-1}{2} = 0 \\ \frac{x+y}{2} = 2 \end{cases}$$

- a) (2; 5)      b) (5; -3)      c) (4; 3)  
d) (1; 3)      e) (3; -1)

9. Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} \frac{x+y+1}{3} = 5 \\ x + 8y = 0 \end{cases}$$

- a) (3; -12)      b) (4; -3)      c) (-2; 16)  
d) (5; -1)      e) (16; -2)

10. Resuelve por el método de eliminación:

$$\begin{cases} x = \frac{2y-1}{3} \\ 6x + 4 = 3y \end{cases}$$

- a) (-5/3; -2)      b) (1/15; 1/2)      c) (1/2; -4)  
d) (3/2; 1/5)      e) (1/3; -1/2)

11. Resuelve el sistema:

Halla  $(2x + y)$

$$\begin{cases} 2x + 1 = -3y \dots\dots\dots (1) \\ x = 7y - 9 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

- a) -3      b) -5      c) -6  
d) -2      e) 3

12. Resuelve:

Halla  $\frac{x}{3} - \frac{y}{3} + x - 8$

$$\frac{3}{3}$$

$$2x = y - x + 15$$

- a) 13      b) 14      c) 15  
d) 16      e) 17