

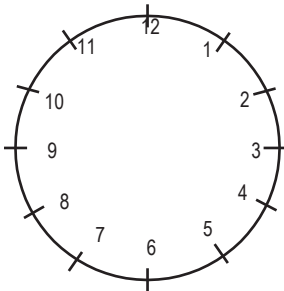


RELOJES

ÁNGULOS DETERMINADOS POR LAS AGUJAS DE UN RELOJ

En este capítulo analizaremos problemas derivados de la relación que existe entre la hora que marca el reloj y el ángulo formado por las manecillas del reloj (minutero y horario).

DIVISIONES DE UN RELOJ



Un reloj de manecillas tiene 12 divisiones mayores que indican las horas, cada una de las cuales está dividida en cinco divisiones menores, las cuales hacen un total de $12 \times 5 = 60$ divisiones menores en toda la circunferencia que indican los minutos.

Por otro lado, se conoce que toda la circunferencia del reloj tiene 360° .

Del análisis anterior, tenemos las siguientes equivalencias:

60 divisiones \leftrightarrow 60 minutos \leftrightarrow 360°

1 división \leftrightarrow 1 minuto \leftrightarrow 6°

Las equivalencias anteriores indican lo siguiente:

→ Si el minutero de un reloj recorre una división, transcurre un minuto y ha barrido un ángulo de 6° .

RELACIÓN DE LOS RECORRIDOS DEL HORARIO Y EL MINUTERO

En una hora el minutero da una vuelta entera, es decir, recorre 60 divisiones, mientras que el horario recorre solamente 5 divisiones, o sea la doceava parte de lo que recorre el minutero.

| | minutero | horario |
|--------|-------------|-------------|
| 1 hora | 360° | 30° |
| 1 min | 6° | $1/2^\circ$ |

Hora referencial: Dada una hora cualquiera, la hora referencial será la hora exacta anterior a dicha hora.

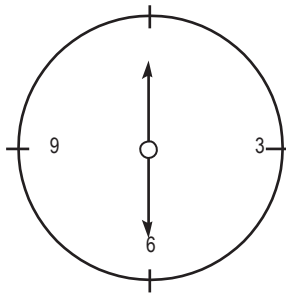
Por ejemplo:

- A las 6h 30 min, la hora de referencia será las 6 en punto.
- A las 4h 20 min, la hora de referencia será las 4 en punto.

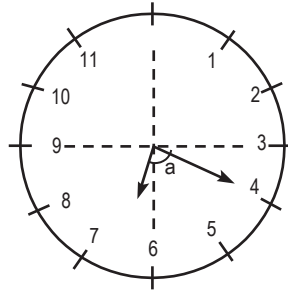
ÁNGULO FORMADO POR LAS MANECILLAS DEL RELOJ A UNA HORA DETERMINADA

Ejemplo 1:

¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las 6:20 a.m.?



Hora referencial

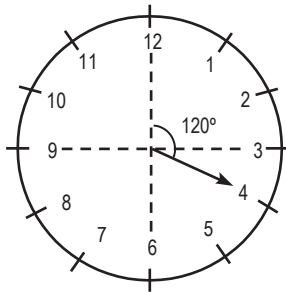


6:20 a.m.

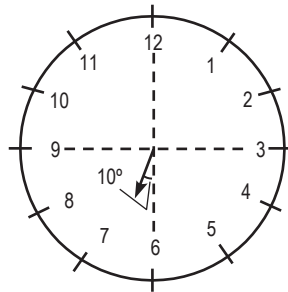
Análisis:

En 20 minutos, el minuterero avanzó: $6^\circ \times 20 = 120^\circ$

En 20 minutos, el horario avanzó: $\frac{1^\circ}{2} \times 20 = 10^\circ$



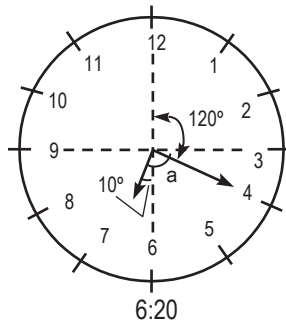
Minuterero



Horario

Relación para hallar "a":

$$180^\circ + 10^\circ = 120^\circ + a \Rightarrow a = 70^\circ$$



6:20

¿Cuál es la relación para determinar "a"?

_____ a = _____

Mediante el procedimiento anterior-mente descrito se puede demostrar que el ángulo formado por las manecillas del reloj a las H horas y M minutos, es:

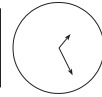
a) Cuando el horario adelanta al minuterero:

$$a = 30H - \frac{11}{2}M \dots(I)$$



b) Cuando el minuterero adelanta al horario:

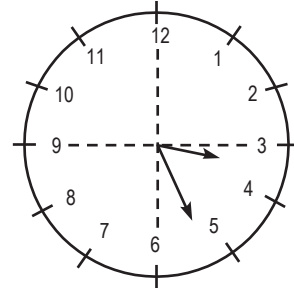
$$a = \frac{11}{2}M - 30H \dots(II)$$



Ejemplos usando las fórmulas anteriores:

Indica que ángulo forman las manecillas del reloj a las:

a) 3h 26 min



¿Quién adelanta a quién?

POSICIONES PARTICULARES ENTRE LAS MANECILLAS

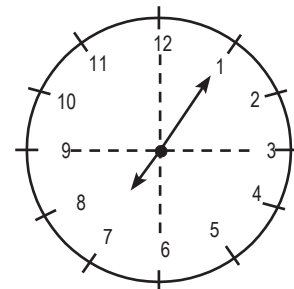
→ Superpuestas → a = _____

→ Opuestas → a = _____

→ Perpendiculares → a = _____

Ejemplos:

1. ¿A qué hora entre las 7 y 8 p.m. las agujas están opuestas?



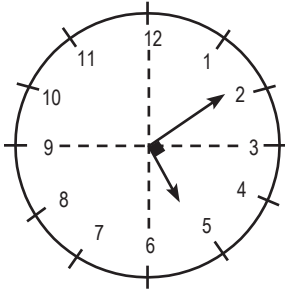
a = _____; H = _____

¿Quién adelanta a quién?

¿Qué fórmula debería usar? I o II

⇒ M = _____

2. ¿A qué hora entre las 5 y las 6 las agujas son perpendiculares?



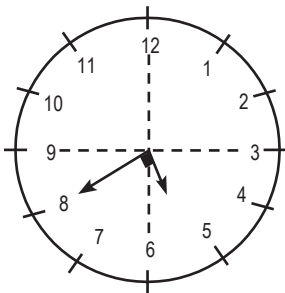
a = _____ ; H = _____

¿Quién adelanta a quién?

¿Qué fórmula debería usar? I o II

⇒ M = _____

¿Es la única solución? No. Hay otra solución.



a = _____ ; H = _____

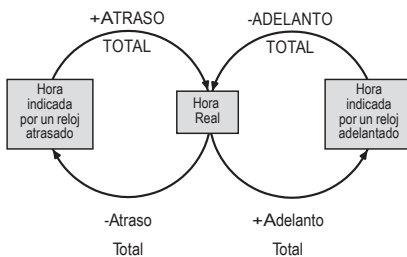
¿Quién adelanta a quién?

¿Qué fórmula debería usar? I o II

⇒ M = _____

ADELANTOS Y ATRASOS

En aquellas situaciones donde se encuentran relojes malogrados debemos considerar:



$$\text{Hora real} = \text{Hora adelantada} - \text{adelanto}$$

$$\text{Hora real} = \text{Hora atrasada} + \text{atraso}$$

$$\text{Hora marcada} \left\{ \begin{array}{l} \text{Hora} = \text{Hora} - \text{Atraso} \\ \text{atrasada} \quad \text{real} \quad \text{total} \\ \text{Hora} = \text{Hora} + \text{Adelanto} \\ \text{adelantada} \quad \text{real} \end{array} \right.$$

Ejemplo 1:

Un reloj tiene un atraso de 2 minutos cada 3 horas. ¿Cuánto se atrasará en 1 día?

Resolución:

Se resolverá el problema, empleando la "regla de tres".

| Tiempo | Atraso |
|------------------|-------------|
| 3 horas | — 2 minutos |
| 1 día = 24 horas | — x |

$$x = \frac{24 \cdot 2}{3} = 16 \text{ minutos}$$

Ejemplo 2:

Un reloj se atrasa 3 minutos cada hora y al cabo de 6 horas, luego de sincronizarlo con la hora correcta marca las 8:17. ¿Cuál será la hora correcta?

- a) 8:25 b) 8:42 c) 8:35 d) 9:12 e) 10:01

Resolución:

En 1 hora $\xrightarrow{\text{se atrasa}}$ 3 minutos

En 6 horas $\xrightarrow{\text{se atrasará}}$ x

Por regla de 3 simple directa:

$$x = \frac{6 \times 3 \text{ min}}{1} = 18 \text{ min (Atraso total)}$$

$$\begin{array}{l} \text{Hora} \\ \Rightarrow \text{correcta} = 8:17 + 18 = 8:35 \\ \text{(Real)} \end{array}$$

Rpta.: c



ACTIVIDADES

1 ¿Cuánto mide el ángulo determinado por las agujas de un reloj a las 8:20 p.m.?

Resolución:

Rpta:

3 ¿A qué hora entre la 1 y las 2 están opuestas las agujas del reloj?

Resolución:

Rpta:

2 ¿Cuánto mide el ángulo que determinan las agujas de un reloj a las 4h 40min?

Resolución:

Rpta:

4 ¿A qué hora entre las 9 y 10 las agujas de un reloj están en línea recta?

Resolución:

Rpta:

5 Un reloj se atrasa tres segundos por minuto. Si ya tiene un atraso de 3 minutos, ¿cuántos minutos necesita para tener 1 hora de retraso?

Resolución:

Rpta:

6 Un reloj se atrasa 3 minutos cada 15 minutos. ¿Qué hora marcará cuando en realidad sea las 10:24h si hace 5 horas que viene funcionando con este desperfecto?

Resolución:

Rpta:

ACTIVIDADES

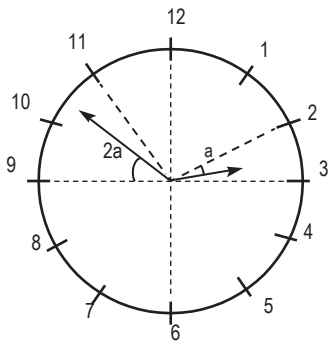
7. Siendo las 17:20 h un reloj marca 17:28. Si dicho reloj se adelanta a razón de 40s cada hora, ¿a qué hora empezó a adelantarse?

8. A las 12 del mediodía un reloj empieza a atrasarse a razón de 3 minutos cada hora y otro reloj empieza a adelantarse a razón de 2 minutos cada hora. Después de cuánto tiempo ambos relojes estarán marcando la misma hora, por primera vez.

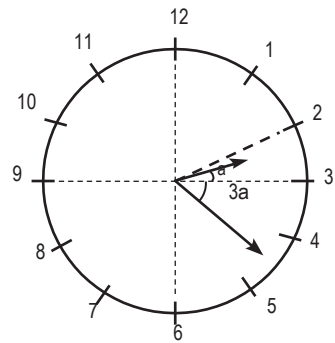
9. Un reloj se adelanta 2 minutos cada 15 minutos. Si este desperfecto ocurre ya hace 7 horas, ¿qué hora marcan las agujas de tal reloj cuando la hora exacta es 3h 58 min?

10. ¿A qué hora inmediatamente después de las 3 de la mañana, el minuterero adelanta al horario tanto como el horario adelanta a la marca de las 12?

11. De acuerdo al gráfico, ¿qué hora es?



12. ¿Qué hora será según el gráfico?



ACTIVIDADES

1. Un reloj se adelanta 7 segundos cada 45 minutos. ¿Cuánto se adelantará en 1 día?

- a) 2'18" b) 2'48" c) 4'42"
d) 5'10" e) 3'44"

2. Un reloj se adelanta 2 minutos cada media hora. Si hace 8 horas que viene funcionando así, ¿qué hora será en realidad cuando dicho reloj marque las 02:38 h?

- a) 02:16 h b) 02:06 h c) 02:08 h
d) 02:10 h e) 02:18 h

3. Siendo las 06:00 a.m., un reloj empieza a atrasarse a razón de 6 minutos cada hora. ¿Qué hora marcará cuando sean las 6:00 a.m. del día siguiente?

- a) 03:50 a.m. b) 04:52 a.m. c) 04:48 a.m.
d) 03:36 a.m. e) 03:46 a.m.

4. Un reloj se adelanta 2 minutos cada 3h. ¿A qué hora empieza a adelantarse si a las 11h 15 min de la noche marca las 11h 27 min?

- a) 5:18 h b) 5:07 h c) 5:17 h
d) 5:15 h e) 5:31 h

5. Hace 10 horas que el reloj del colegio se atrasa 3 minutos cada media hora. ¿Cuál es la hora exacta si el reloj del colegio indica que son las 11h 28 min?

- a) 10h 28 min b) 12 h 28 min
c) 11h 56 min
d) 12h 56 min e) 10h 15 min

6. En este momento son exactamente las 5h 26 minutos. Hace 8 horas que el reloj de César sufrió un desperfecto de modo que cada 20 minutos se adelanta medio minuto. ¿Qué hora marcan las agujas del reloj de César en este momento?

- a) 5h 14 min b) 4h 26 min
c) 5h 50 min
d) 5h 11 min e) 5h 38 min

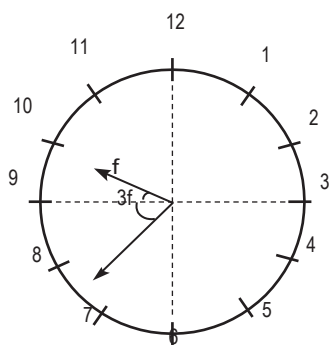
7. ¿Cuánto mide el ángulo determinado por las agujas de un reloj a las 10:40 p.m.?

- a) 100° b) 60° c) 70°
 d) 110° e) 80°

8. ¿Cuánto mide el ángulo determinado por las agujas de un reloj a las 6:40 a.m.?

- a) 60° b) 40° c) 36°
 d) 45° e) 30°

9. ¿Qué hora será exactamente según el gráfico?



- a) 9h 20 min b) 9h 25 min
 c) 9h 36 min e) 9h 18 min
 d) 9h 42 min

10. ¿A qué hora entre las 5 y las 6 las agujas de un reloj determinan un ángulo que mide 40° ?

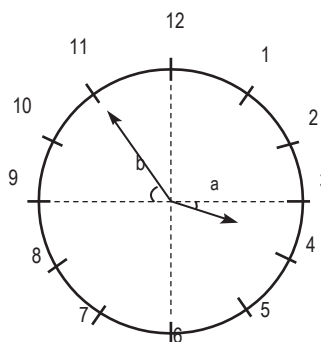
- a) 5:15 b) 5:14 c) 5:22
 d) 5:21 e) 5:20

11. Entre las 15:00 y 16:00h, ¿a qué hora se superponen las agujas del reloj?

- a) $3h 1 \frac{1}{4} \text{ min}$ b) $3h 2 \frac{6}{11}$
 c) $3h 16 \frac{1}{11}$
 d) $3h 16 \frac{4}{11}$ e) $3h 9/11$

12. ¿Qué hora es según el gráfico?

Sabiendo además: $3a + b = 90^\circ$



- a) $3h 55 \frac{5}{13} \text{ min}$ b) 3h 48 min
 c) 3h 45 min
 d) $3h 58 \frac{5}{10} \text{ min}$ e) 3h 35 min