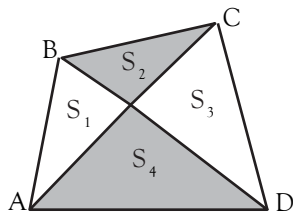




RELACIONES DE AREAS CUADRANGULARES Y CIRCULARES

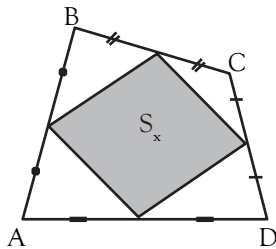
RELACIONES DE ÁREAS

1.



$$S_1 \times S_3 = S_2 \times S_4$$

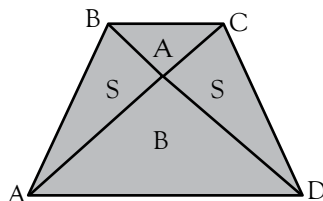
2.



$$S_x = \frac{S_{ABCD}}{2}$$

3.

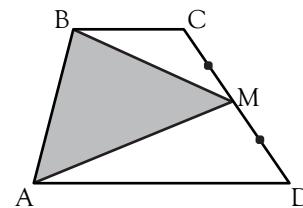
Si ABCD: Trapecio



$$S^2 = A \cdot B$$

4.

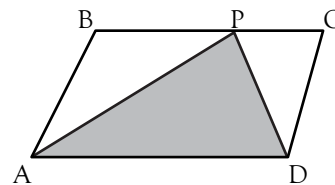
Si ABCD: Trapecio



$$A_{\triangle ABM} = \frac{A_{ABCD}}{2}$$

5.

Si ABCD: Paralelogramo

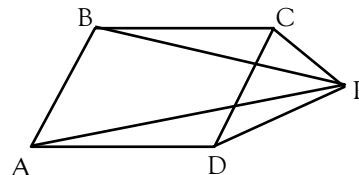


P: punto que pertenece a $\overline{BC}$

$$A_{\triangle APD} = \frac{A_{ABCD}}{2}$$

6.

Si ABCD: Paralelogramo



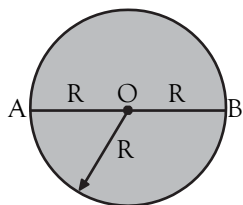
$$S_{\triangle BCP} + S_{\triangle ADP} = \frac{S_{ABCD}}{2}$$

ÁREA DE REGIONES CIRCULARES

Región Circular

Porción del plano cuyo contorno es una circunferencia.

1.- ÁREA DEL CÍRCULO



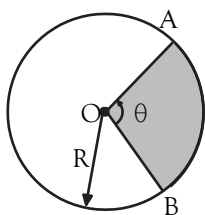
$\overline{AB}$: Diámetro = d
 R : Radio

$$A = \pi R^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

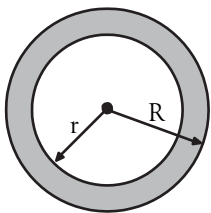
$$\pi = 3,1416$$

2.- ÁREA DEL SECTOR CIRCULAR



$$A_{\text{AOB}} = \frac{\theta \pi R^2}{360^\circ}$$

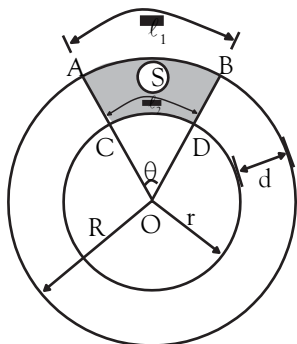
3.- CORONA CIRCULAR



$$A_{\text{CORONA}} = \pi (R^2 - r^2)$$

Trapezio Circular

Es la porción de corona circular determinada al trazar dos radios mayores.



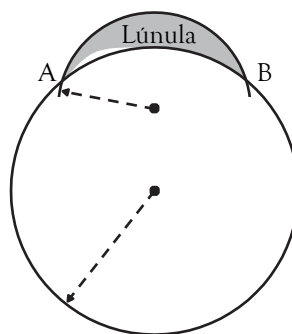
$$S = \frac{\theta \pi}{360^\circ} (R^2 - r^2)$$

Además, si ℓ_1 y ℓ_2 son las longitudes de los arcos AB y CD respectivamente y $R-r=d$, se cumple:

$$S = \left(\frac{\ell_1 + \ell_2}{2} \right) d$$

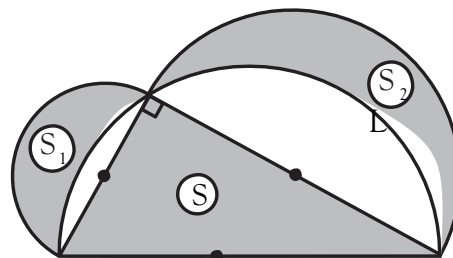
Lúnulas

Son regiones encerradas dentro de dos arcos de diferentes diámetro que se intersectan. Los centros de los arcos están aun mismo lado.



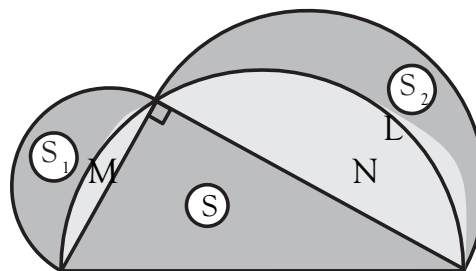
Lúnula de Hipócrates

Al tomar los lados de un triángulo rectángulo ABC, recto en B, como diámetros de semicircunferencia, se cumple:



$$S = S_1 + S_2$$

Demostración:

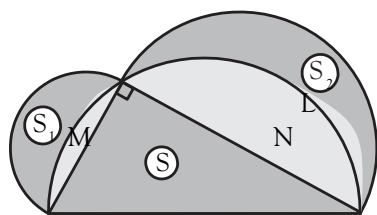


Por teorema:

$$S_1 + M + S_2 + N = M + S + N$$

$$S = S_1 + S_2$$

Demostración:



Por teorema:

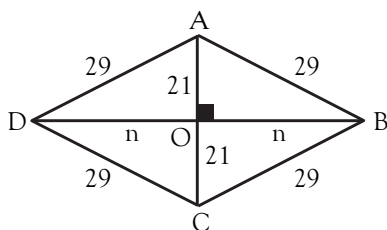
$$S_1 + M + S_2 + N = M + S + N$$

$$S = S_1 + S_2$$

Ejercicios Resueltos

- 1) Halla el área de la región de un rombo si su perímetro es 116 cm y una de sus diagonales 42 cm.

Resolución:



* En el $\triangle AOB$:

$$n^2 + 21^2 = 29^2$$

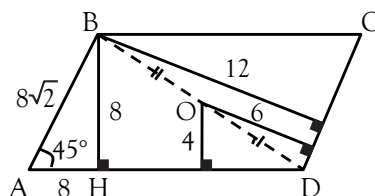
$$n = 20 \rightarrow BD = 40$$

* Luego:

$$\text{Área}_{\diamond ABCD} = \frac{40(42)}{2} = 840 \text{ cm}^2$$

- 2) Calcula el área de la región de un paralelogramo ABCD si $m\angle A = 45^\circ$ y la distancia del centro del romboide al lado mayor es 4 u y al lado menor es 6u.

Resolución:



* $\triangle AHB$: Isósceles

$$AB = 8\sqrt{2}$$

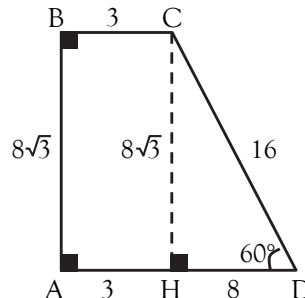
$$AB = CD = 8\sqrt{2}$$

$$\text{Área}_{\square ABCD} = 8\sqrt{2}(12)$$

$$\therefore \text{Área}_{\square ABCD} = 96\sqrt{2} \text{ u}^2$$

- 3) Calcula el área de la región de un trapecio rectángulo ABCD, si:
 $m\angle A = m\angle B = 90^\circ$; $m\angle D = 60^\circ$; $CD = 16$ u y $BC = 3$ u.

Resolución:



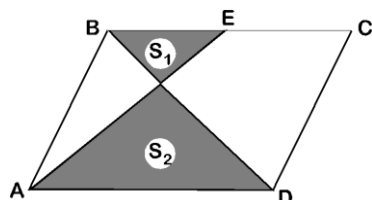
$$\text{Área}_{\square ABCD} = \frac{(3+11)8\sqrt{3}}{2} = 7(8\sqrt{3})$$

$$\therefore \text{Área}_{\square ABCD} = 56\sqrt{3} \text{ u}^2$$

Resolviendo en clase

- 1 Si: ABCD es un paralelogramo.

Hallar su área. Si: $S_1=8\text{m}^2$ y $S_2=18\text{m}^2$.

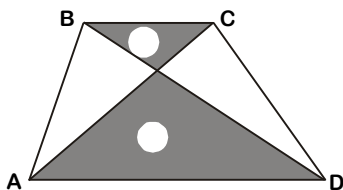


Resolución:

Rpta:

- 2 Si: $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$; $S_1 = 4\text{m}^2$ y $S_2 = 9\text{m}^2$.

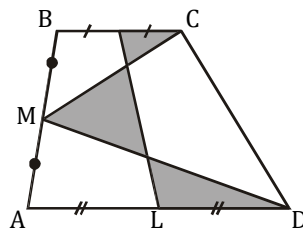
Hallar el área del trapecio ABCD.



Resolución:

Rpta:

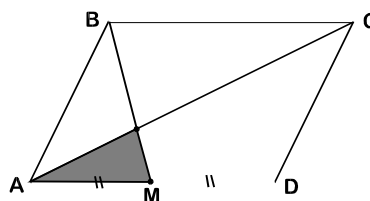
- 3 En la figura, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, calcular "x".



Resolución:

Rpta:

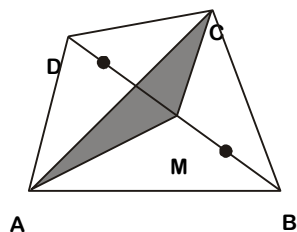
- 4 Siendo: ABCD un paralelogramo. Hallar la relación entre el área de la región sombreada y el área del romboide ABCD.



Resolución:

Rpta:

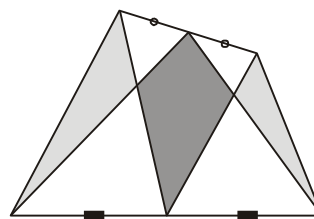
- 5 En la figura, hallar el área de la región sombreada, si: $S_{ACB} - S_{ACD} = 100$ y $DM = MB$.



Resolución:

Rpta:

- 6 En la figura, calcule el área de la región sombreada:

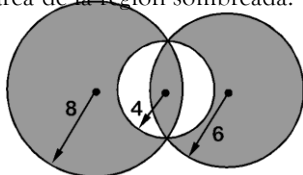


Resolución:

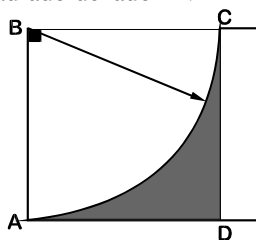
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

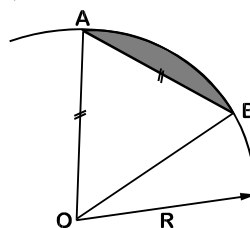
7. Halle el área de la región sombreada:



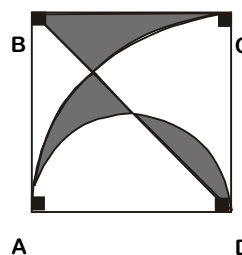
8. Hallar el área de la región sombreada. Si: ABCD es un cuadrado de lado 2m.



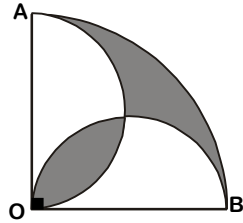
9. Hallar el área de la región sombreada. Si: $R = 4\text{cm}$.



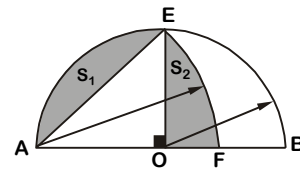
10. En la figura, calcular el área sombreada. Si: ABCD es un cuadrado de lado 6.



11. Siendo: AOB un cuadrante de circunferencia, de 4cm. de radio.
Hallar el área de la región sombreada.

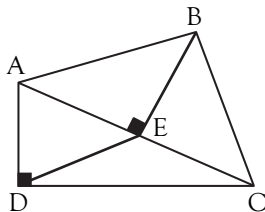


12. Halle: (S_1/S_2) si A y Q son centros.



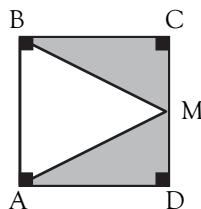
Para reforzar

1. El área de la región de un triángulo equilátero ABC es $36\sqrt{3} u^2$. Calcula "ED" si AE=EC.



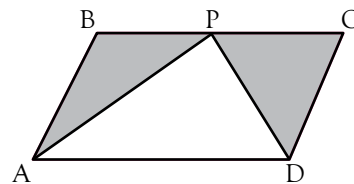
- a) 3 u b) 4 u c) 5 u
d) 6 u e) 8 u

2. Si M es punto medio de $\overline{CD}$, ABCD es un cuadrado de lado 4 cm. Halla el área de la región sombreada.



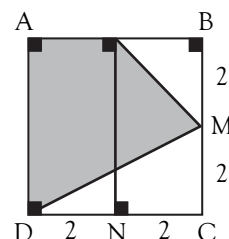
- a) 6 cm^2 b) 8 cm^2 c) 10 cm^2
d) 12 cm^2 e) 4 cm^2

3. En el paralelogramo mostrado, el área de la región sombreada es $48 u^2$. Calcula el área del paralelogramo ABCD.



- a) $86 u^2$ b) $84 u^2$ c) $72 u^2$
d) $96 u^2$ e) $124 u^2$

4. En el siguiente gráfico ABCD es un cuadrado de lado 4 u. Halla el área de la región sombreada.

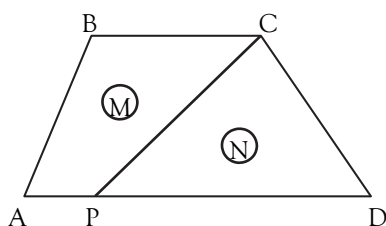


- a) $8 u^2$ b) $4 u^2$ c) $10 u^2$
d) $5 u^2$ e) $9 u^2$

5. ¿En qué relación se encuentran las áreas de las regiones determinadas por los hexágonos regulares inscrito y circunscrito a una misma circunferencia?

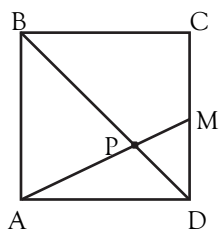
a) $1/2$ b) $2/3$ c) $1/3$
d) $3/4$ e) $3/5$

6. En el trapecio ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), $BC=15$ y $AD=27$. Calcula AP para que las regiones M y N sean equivalentes.



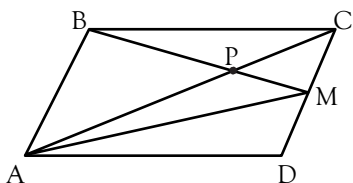
a) 6 b) 5 c) 8
d) 7 e) 9

7. Si ABCD es un cuadrado, el área de la región BCMP es 60 u^2 y $CM=MD$, calcula el área de la región triangular APD.



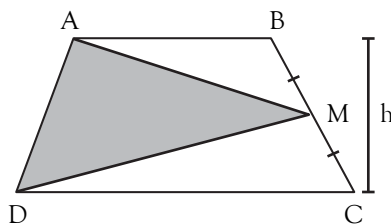
a) 18 u^2 b) 24 u^2 c) 30 u^2
d) 32 u^2 e) 36 u^2

8. En el paralelogramo ABCD, halla el área del triángulo ABP si las áreas de los triángulos PMC y AMD suman 18 u^2 .



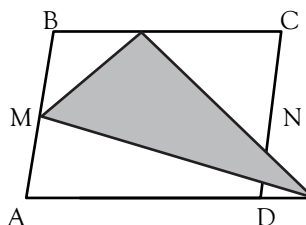
a) 9 u^2 b) 12 u^2 c) 24 u^2
d) 36 u^2 e) 18 u^2

9. Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$; $AB=6\text{m}$, $CD=18\text{m}$ y $h=10\text{m}$, calcula el área de la región sombreada.



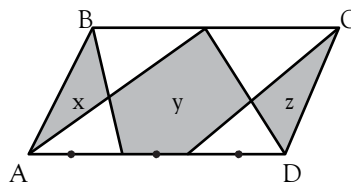
a) 80 m^2 b) 60 m^2 c) 50 m^2
d) 40 m^2 e) 70 m^2

10. Si ABCD es un paralelogramo de área 36 m^2 , calcula el área de la región sombreada. Además: $AM=BM$ y $CN=ND$.



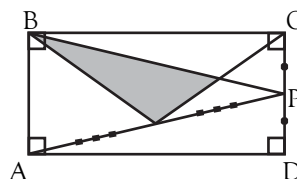
a) 32 m^2 b) 20 m^2 c) 24 m^2
d) 18 m^2 e) 30 m^2

11. En la figura mostrada, ABCD es un romboide. Halla el área de la región ABCD si $x=4\text{cm}^2$, $y=13\text{cm}^2$ y $z=3\text{cm}^2$.



a) 18 cm^2 b) 30 cm^2 c) 36 cm^2
d) 27 cm^2 e) 42 cm^2

12. El área de la región limitada por el cuadrilongo ABCD es 16 cm^2 . Halla el área de la región sombreada.



a) 1 cm^2 b) 2 cm^2 c) 3 cm^2
d) 4 cm^2 e) 5 cm^2