

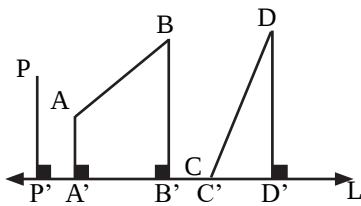


Geometría

RELACIONES METRICAS EN LOS TRIANGULOS RECTANGULOS

PROYECCIÓN ORTOGONAL

La proyección ortogonal de un punto viene a ser el pie de la perpendicular trazada por dicho punto a la recta.



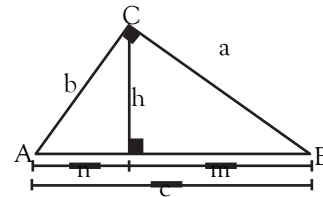
$\overline{L}$: Eje de proyección.

$\overline{PP'}$: Projectante

$\overline{A'B'}$: Proyección ortogonal de $\overline{AB}$ sobre $\overline{L}$.

$\overline{C'D'}$: Proyección ortogonal de $\overline{CD}$ sobre $\overline{L}$.

PROPIEDADES



Teorema I:

$$b^2 = c \cdot n \quad a^2 = c \cdot m$$

Teorema II:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Teorema III:

$$a \cdot b = h \cdot c$$

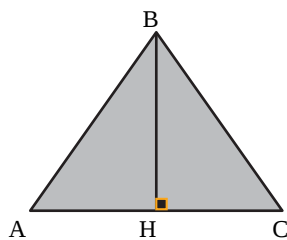
Teorema IV:

$$h^2 = n \cdot m$$

Teorema V:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$$

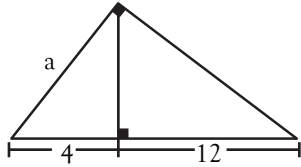
Observación



$\overline{AH}$: Proyección ortogonal de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$.

Ejercicios Resueltos

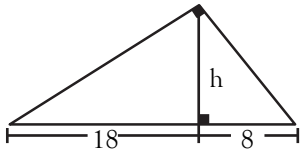
1) Calcule "a".



Resolución:

Aplicando el teorema I de R.M. Δ :
 $a^2 = 4(16)$
 $a = 8$

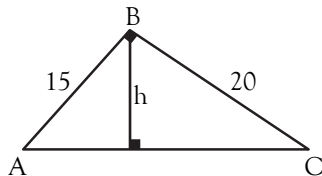
2) Calcule "h".



Resolución:

Por el teorema IV de R.M. Δ :
 $h^2 = 18(8)$
 $h = 12$

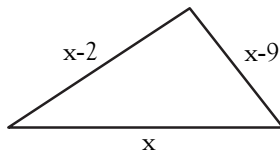
3) Calcule "h".



Resolución:

La hipotenusa $AC = 25$ (triángulo notable de 37° y 53°) por el teorema III de R.M. Δ :
 $15 \cdot 20 = h \cdot 25$
 $12 = h$

4) Calcule "x".

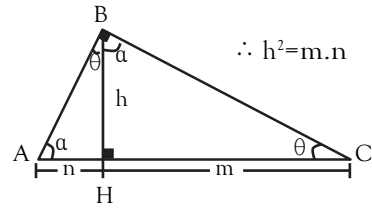


Resolución:

Por el Teorema de Pitágoras:
 $(x-2)^2 + (x-9)^2 = x^2$
 $x^2 - 22x + 85 = 0$

x	-17	x=17
x	-5	x=5 (No cumple)

Demostración: (Teorema IV)

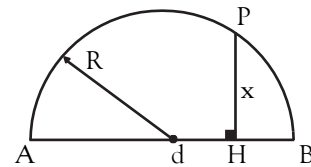


- i) $m \cdot C = m \cdot ABH$; $m \cdot A = m \cdot HBC$.
- ii) $\triangle AHB \sim \triangle BHC$ (Semejantes)

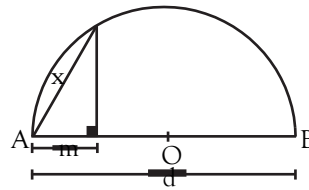
$$\Rightarrow \frac{n}{h} = \frac{h}{m} \Rightarrow n \cdot m = h \cdot h$$

$$h^2 = n \cdot m$$

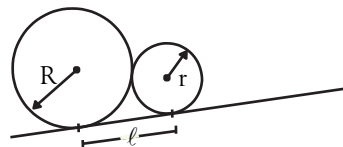
Nota



$$x^2 = (AH)(HB)$$

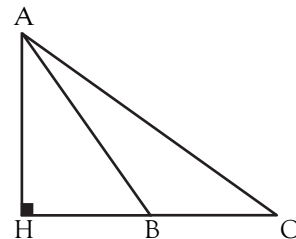


$$x^2 = m \cdot d$$



$$l = 2\sqrt{Rr}$$

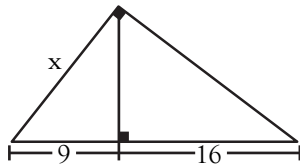
Observación



BH : Proyección ortogonal de AB sobre BC.

Resolviendo en clase

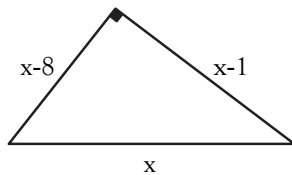
1 Calcule "x".



Resolución:

Rpta:

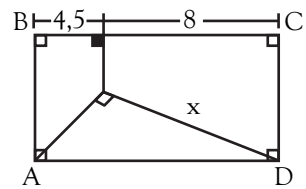
2 Calcule "x".



Resolución:

Rpta:

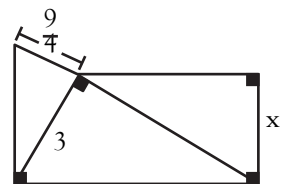
3 Calcule "x" si ABCD es un rectángulo.



Resolución:

Rpta:

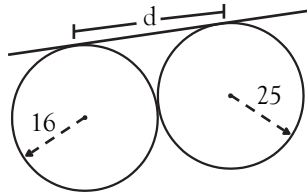
4 Calcule "x".



Resolución:

Rpta:

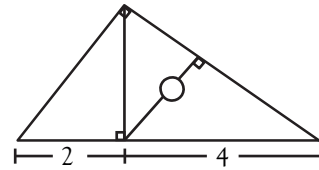
- 5 Calcule d si las circunferencias son tangentes exteriores.



Resolución:

Rpta:

- 6 Calcule x , en la figura mostrada.

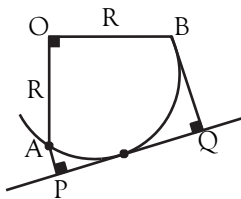


Resolución:

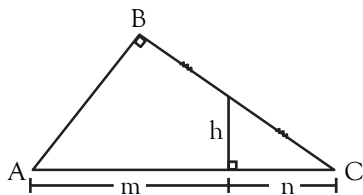
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

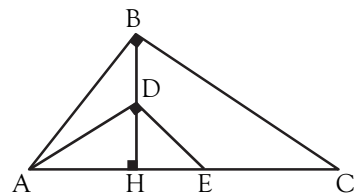
7. Calcule R si $AP=1$ y $BQ=8$.



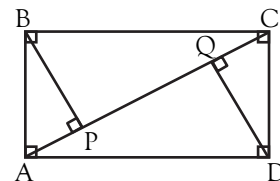
8. Calcule h , en la figura.



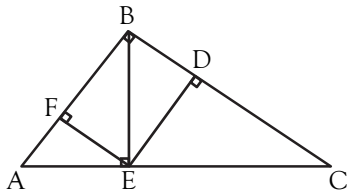
9. Calcule AB/AD si $EC/AE=7/5$.



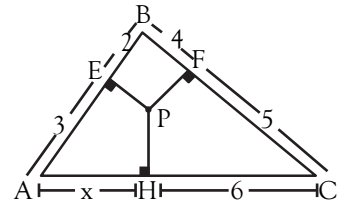
10. Calcule BC si $AB=PQ=8u$.



11. En la figura, si $AF=1$ y $DC=8$, calcula AC .

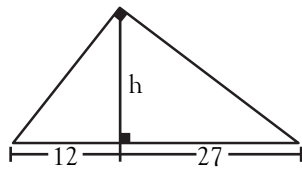


12. En la figura, "P" es un punto interior cualquiera del triángulo ABC. Calcule "x".



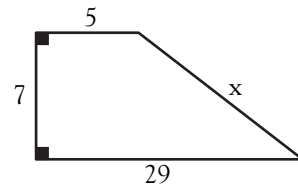
Para reforzar

1. Calcule "h".



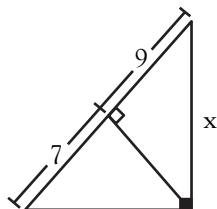
- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 20 | b) 18 | c) 16 |
| d) 19 | | e) 13 |

3. Calcule "x".



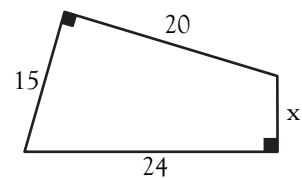
- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 30 | b) 21 | c) 25 |
| d) 23 | | e) 24 |

2. Calcule "x".



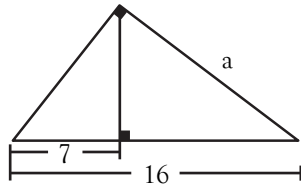
- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 12 | b) 11 | c) 10 |
| d) 9 | | e) 8 |

4. Calcule "x".



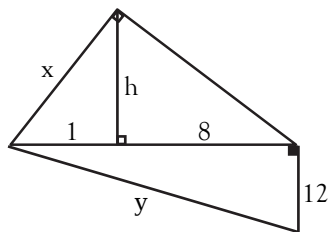
- | | | |
|-------|------|------|
| a) 10 | b) 9 | c) 8 |
| d) 7 | | e) 6 |

5. Calcule "a".



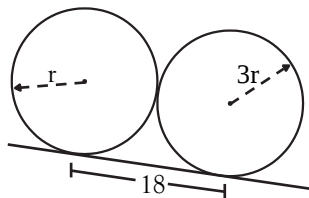
- a) 12 b) 10 c) 9
d) 14 e) 13

6. Calcule "x+y".



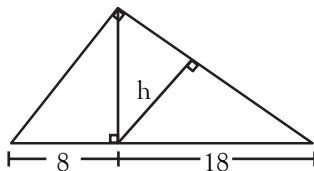
- a) 20 b) 18 c) 21
d) 24 e) 25

7. Calcule r, en la figura mostrada.



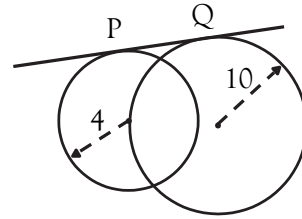
- a) 4,5 b) 4 c) $3\sqrt{3}$
d) 3 e) $3\sqrt{2}$

8. Calcule h, según el gráfico mostrado.



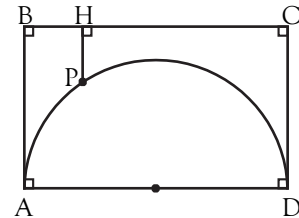
- a) $3\sqrt{13}$ b) 9 c) 8
d) $\frac{36\sqrt{13}}{13}$ e) $9\sqrt{2}$

9. En la figura mostrada, calcula PQ si P y Q son puntos de tangencia.



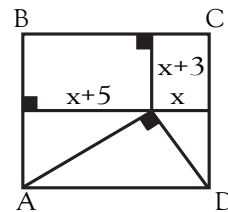
- a) 8 b) 6 c) 10
d) $6\sqrt{3}$ e) $5\sqrt{2}$

10. Calcule PH si BH=4, HC=16 y CD=11.



- a) 1 b) 2 c) 5,5
d) 3 e) 4

11. En la siguiente figura, ABCD es un cuadrado. Calcule x.



- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

12. En un triángulo ABC, se traza la altura $\overline{BH}$. Si $(AB)^2 - (BC)^2 = 10$, calcula $(AH)^2 - (HC)^2$.

- a) 11 b) 10 c) 12
d) 15 e) 20