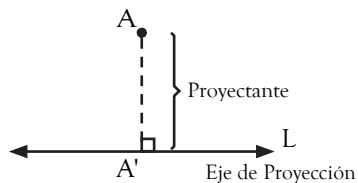


Geometría

RELACIONES METRICAS EN EL TRIANGULO RECTANGULO

* PROYECCIÓN ORTOGONAL

La proyección ortogonal de un punto sobre una recta es el pie de la perpendicular trazada por dicho punto a la recta. Esta perpendicular se denomina proyectante y la recta eje de proyección.

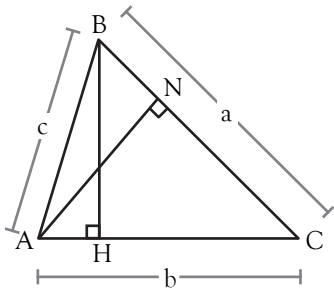


A' es la proyección de A sobre $\overline{L}$.

EN EL TRIÁNGULO

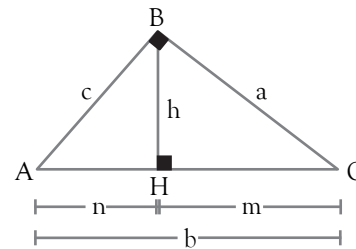
• $\overline{AH}$ es la proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$.

• $\overline{HC}$ es la proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$.



• $\overline{NC}$ es la proyección de $\overline{AC}$ sobre $\overline{BC}$.

• $\overline{BN}$ es la proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{BC}$.



- "h" es la altura relativa a la hipotenusa.
- $\overline{HC}$ es la proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$.
- $\overline{AH}$ es la proyección de $\overline{AB}$ sobre $\overline{AC}$.

◆ TEOREMA 1

En todo triángulo rectángulo, un cateto es la media proporcional entre la hipotenusa y la proyección de dicho cateto sobre la hipotenusa.

$$a^2 = b \cdot m$$

$$c^2 = b \cdot n$$

◆ TEOREMA 2

En todo triángulo rectángulo la altura relativa a la hipotenusa es la media proporcional entre las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa.

$$h^2 = m \cdot n$$

◆ TEOREMA 3

En todo triángulo rectángulo el producto de los catetos es igual al producto de la hipotenusa por la altura relativa a la hipotenusa.

$$a \cdot c = b \cdot h$$

◆ **TEOREMA 4 (TEOREMA DE PITÁGORAS)**

La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la longitud de la hipotenusa.

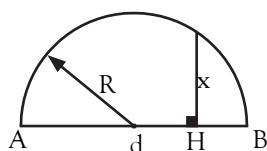
$$a^2 + c^2 = b^2$$

◆ **TEOREMA 5**

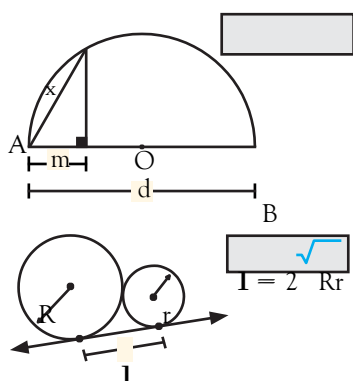
En todo triángulo rectángulo, la inversa del cuadrado de la longitud de la altura relativa a la hipotenusa es igual a la suma de las inversas de los cuadrados de las longitudes de sus catetos.

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}$$

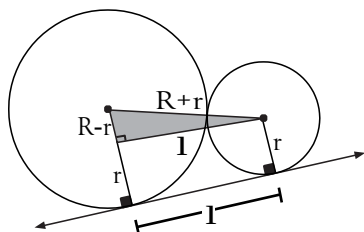
Nota



$$x^2 = (AH)(HB)$$



Demostración:

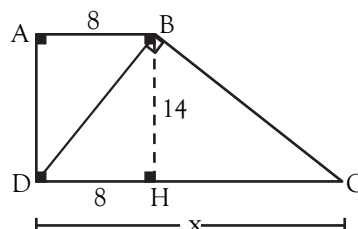


Por el Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} (R+r)^2 &= (R-r)^2 + l^2 \\ (R+r)^2 - (R-r)^2 &= l^2 \\ 4Rr &= l^2 \\ 2\sqrt{Rr} &= l \end{aligned}$$

Ejercicios Resueltos

- En el trapecio rectángulo la base menor y la altura mide 8 y 14, respectivamente. Calcule la medida de la base mayor si la diagonal menor es perpendicular al mayor lado no paralelo.



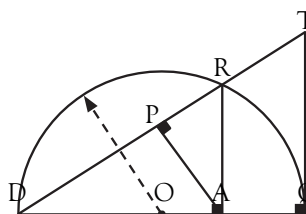
Resolución:

△ DBC:

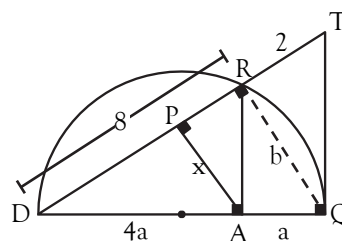
$$\begin{aligned} 14^2 &= 8(x-8) \\ 24,5 &= x-8 \\ \therefore x &= 32,5 \end{aligned}$$

- En el gráfico mostrado, calcule "AP" si DR = 8 y RT = 2. Además DQ = 5AQ.

$$x^2 = m \cdot d$$



Resolución:



* Sea:

$$AQ = a \rightarrow DQ = 5a \text{ y } DA = 4a$$

* △ DTQ:

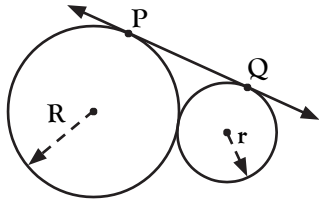
$$\begin{aligned} RQ^2 &= RT \cdot DR \\ b^2 &= 2 \times 8 \rightarrow b = 4 \end{aligned}$$

* △ DRQ ≈ △ DPA:

$$\begin{aligned} x/b &= 4a/5a \rightarrow x = 4/5 b \\ \therefore x &= 4/5 (4) = 3,2 \end{aligned}$$

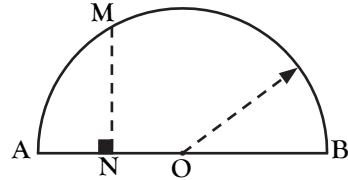
Resolviendo en clase

- 1 Calcule "PQ" si $R=16$ y $r=9$.



Resolución:

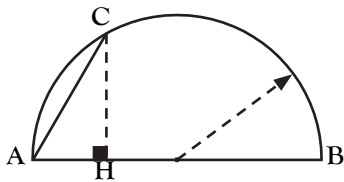
- 3 Si $AN = 8$ cm y $MN = 12$ cm, calcule "NB".



Resolución:

Rpta:

- 2 Calcule "AC" si $AH = 9$ cm y $HB = 16$ cm.



Resolución:

Rpta:

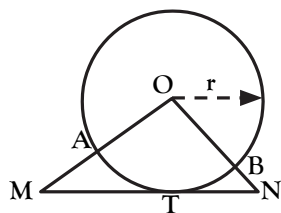
Rpta:

- 4 Calcule la altura relativa a la hipotenusa si las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 12 y 27 cm.

Resolución:

Rpta:

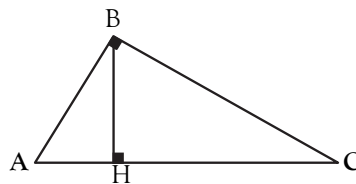
- 5 Calcule "r" si $\widehat{MT} = 9^\circ$; $TN = 2$ cm y $\angle ATB = 90^\circ$. ("T" es punto de tangencia).



Resolución:

Rpta:

- 6 Calcule "AB" si $AH = 9$ y $AC = 25$.

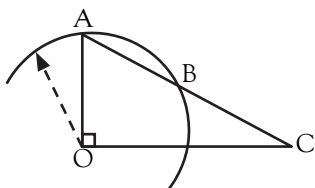


Resolución:

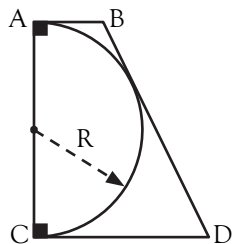
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. En el gráfico, $AB = 6$ cm y $BC = 8$ cm. Calcule la distancia de "O" a $\overline{AC}$.

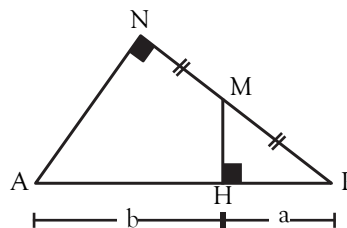


8. Calcular "R" si $AB = 3$ y $CD = 12$. (T es punto de tangencia)

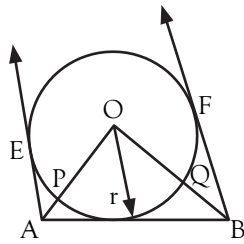


9. Un rectángulo con lados que miden 36 u y 48 u es dividido por una de las diagonales en dos triángulos. Si en cada uno de ellos está inscrita una circunferencia, calcule la distancia entre sus centros.

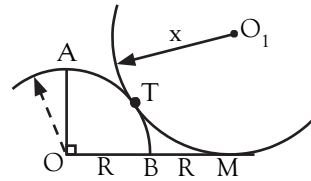
10. Calcule "AN".



11. En el gráfico calcule el valor del radio si $AE = 9$, $FB = 16$ y $\widehat{PQ} = 90^\circ$.

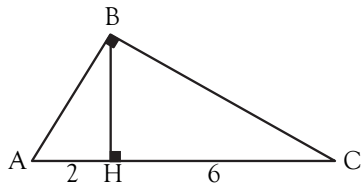


12. En la figura mostrada, calcule x si $R=2$. Si T y M son puntos de tangencia.



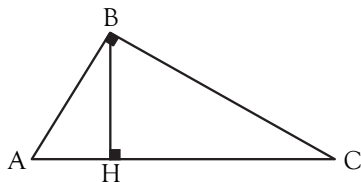
Para reforzar

1. Calcule AB.



- a) 4 b) 6 c) 8
d) 10 e) 5

2. Calcule "BH" si $AH = 3$ y $HC = 12$.



- a) 2 b) 4 c) 6 d) 8
8 e) 10

3. Calcule la longitud del menor cateto de un triángulo rectángulo si las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 2 y 6 cm.

- a) 3 cm
b) 2 3 cm
c) 3 2 cm
d) 4 cm
e) 2 6 cm

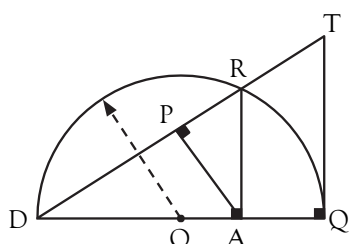
4. Calcule la longitud de la altura relativa a la hipotenusa si los catetos del triángulo rectángulo miden 6 y 8 cm.

- a) 3,6 cm
b) 4,2 cm
c) 3,2 cm
d) 4,8 cm
e) 5,2 cm

5. Calcule la longitud de la altura relativa a la hipotenusa si los catetos del triángulo rectángulo miden 6 y 8 cm.

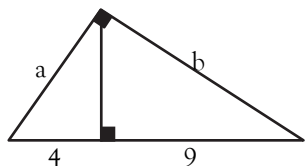
- a) 3,6 cm
b) 4,2 cm
c) 3,2 cm
d) 4,8 cm
e) 5,2 cm

6. En el gráfico mostrado, calcule "AP" si $DR = 8$ y $RT = 2$. Además $DQ = 5AQ$.



- a) 1,5 b) 1,6 c) 2,4
d) 2,8 e) 3,2

7. Calcule "a" y "b".

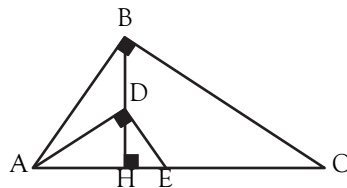


- a) 2 y 3
b) $2\sqrt{13}$ y $3\sqrt{13}$
c) 16 y 81
d) $4\sqrt{13}$ y $9\sqrt{13}$
e) 8 y 18

8. La base de un rectángulo es el triple de su altura. Si su diagonal mide $9\sqrt{10}$ cm, ¿cuál es su perímetro?

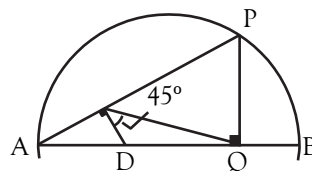
- a) 60 cm
b) 72 cm
c) 80 cm
d) 96 cm
e) 100 cm

9. Calcule "AB/AD" si $EC/AE = 7/5$.



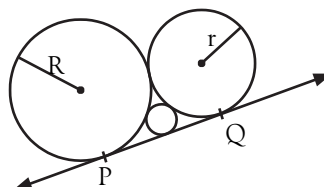
- a) $\sqrt{75}$ u b) $\sqrt{12}/5$ u
c) $2\sqrt{15}/5$ u d) $2\sqrt{15}/7$ u
e) $\sqrt{15}/9$ u

10. Calcule "PQ" si $\overline{AB}$ es diámetro, $AD = 4$ y $QB = 2$.



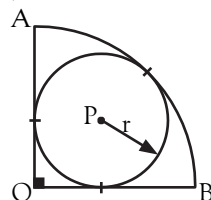
- a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt{6}$ c) 2
d) 3 e) 4

11. Calcule el radio de la circunferencia menor si " R " = 36 y " r " = 9. ($\overline{PQ}$ es tangente).



- a) 1 b) 2 c) 4
d) 6 e) N.A.

12. Siendo "O" y "P" centros y $AO = OB = R$, calcule R/r .



- a) $2 + \sqrt{2}$ b) $\sqrt{2}$
c) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt{2} + 1$
e) $\sqrt{3} + 2$