

Aritmética

RAZONES Y PROPORCIONES

RAZÓN

Es la comparación de dos cantidades mediante una operación aritmética (sustracción - división)

RAZÓN	
ARITMÉTICA	GEOMÉTRICA
$a - b = R$	$\frac{a}{b} = K$
♦ $a \rightarrow$ antecedente ♦ $b \rightarrow$ consecuente ♦ R y $K \rightarrow$ Valores de las razones	

Interpretación

La velocidad de A excede a la velocidad de B, tanto como la velocidad de C excede a la velocidad de D.

Observación

$$\left[\begin{array}{l} \text{La suma de} \\ \text{los extremos} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{La suma de} \\ \text{los medios} \end{array} \right]$$

$$20 + 15 = 18 + 17$$

PROPORCIÓN

Es la igualdad en valor numérico de dos razones de la misma clase.

En consecuencia se tiene dos clases de proporciones:

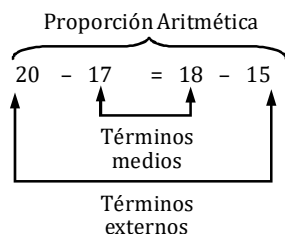
1. PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Se forma al igualar dos razones aritméticas.

Ejemplo: Sean los siguientes datos:

Auto	A	B	C	D
Velocidad (m/s)	20	17	18	15

Comparando mediante la sustracción



Dependiendo de los términos medios se tendrá:

Proporción Aritmética Discreta

Cuando los términos medios son diferentes.

Ejemplo:

$$15 - 11 = 20 - 16$$

Cuarta diferencial de 15; 11 y 20

Proporción Aritmética Continua

Cuando los términos medios son iguales.

Ejemplo:

$$24 - 19 = 19 - 14$$

Tercera diferencial de 24 y 19

Media diferencial o Media aritmética de 24 y 15

En General

PROPORCIÓN ARITMÉTICA	
DISCRETA	CONTINUA
Extremos $\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$ $a - b = c - d$ Medios $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$ d: cuarta diferencial de a, b y c	Extremos $\downarrow \quad \quad \quad \downarrow$ $a - b = b - c$ Medios $\uparrow \quad \quad \quad \uparrow$ b: media diferencial de a y c c: tercera diferencial de a y b

2. PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Se forma al igualar dos razones geométricas.

Ejemplo:

Sean los siguientes datos:

Personas	A	B	C	D
Edades (años)	18	12	15	10

Comparando mediante la división:

$$\frac{18}{12} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Donde:

18 y 10 son los extremos

12 y 15 son los términos medios.

Interpretación:

La edad de A es a la edad de B, como la edad de C es a la edad de D.

Observación

$$\left[\begin{array}{l} \text{El producto de} \\ \text{los extremos} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{El producto de} \\ \text{los medios} \end{array} \right]$$

$$\frac{18 \cdot 10}{12 \cdot 15} = \frac{180}{180}$$

Proporción Geométrica Discreta

Cuando los valores de los términos medios son diferentes.

Ejemplo:

$$\frac{15}{20} = \frac{12}{16} \leftarrow \text{Cuarta proporcional de 15, 20 y 12}$$

Proporción Geométrica Continua

Cuando los valores de los términos medios son iguales.

Ejemplo:

$$\frac{12}{18} = \frac{18}{27}$$

Media proporcional de 12 y 27

Tercera proporcional de 12 y 18

En General	
PROPORCIÓN GEOMÉTRICA	
DISCRETA	CONTINUA
$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ d → cuarta proporcional de a, b y c	$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ b → media proporcional de a y c c → tercera proporcional de a y b

Resolviendo en clase

- 1 Dos números son proporcionales a 2 y 5 si se aumentan 175 a uno de ellos y 115 al otro se obtienen cantidades iguales. ¿Cual es el menor?
(UNI 1970)

Resolución:

- 3 A una fiesta asistieron 140 personas entre hombres y mujeres. Por cada 3 mujeres hay 4 hombres. Si se retiran 20 parejas. ¿Cuál es la razón entre el número de mujeres y el número de hombres que se quedan en la fiesta?

(UNI 1992)

Resolución:

Rpta:

- 2 Las edades de 2 personas están en relación de 5 a 7, dentro de 10 años la relación será de 3 a 4. Hace 10 años ¿cuál era la relación de sus edades?

Resolución:

Rpta:

Rpta:

- 4 En un examen los problemas resueltos y no resueltos están en la relación de 2 es a 3. Dentro de los problemas contestados, el número de problemas resueltos correctamente y los que no ,están en la relación de 1 a 2. ¿Cuál es la relación de los problemas mal contestados con respecto al total?

Resolución:

Rpta:

- 5 Calcular $A + B + C$ sabiendo que:
A es cuarta proporcional de 8, 18 y 20
B es tercera proporcional de A y 15
C es media proporcional de $(A + B)$ y $(B - 3)$

Resolución:

- 6 La suma de los 4 terminos de una proporción geometrica continua es 9. Si la diferencia de sus extremos es 3. Hallar el producto de los cuatro términos.
(UNI 1990)

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. La razón de dos números es $\frac{3}{4}$ y los $\frac{2}{3}$ de su producto es 1152. Encontrar el mayor de los numeros.
(UNI 1982-II)

8. En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 90 y la diferencia de los mismos es 54. Hallar la media proporcional.

9. Si la razón de la suma con la diferencia de 2 números enteros positivos es $\frac{5}{3}$. ¿Cual es el número mayor si el producto es 64? (UNI 1990)

10. Tres números A, B, C están en relación directa a 5, 7 y 11. Si sumamos a dichos números respectivamente 130, 260 y n, la nueva relación directa es como 13, 17 y 19. Determine n.
(UNI 2010-II)

11. La edad de A y B son entre sí como 5 es a 4. La razón entre las edades de B y C es $\frac{3}{7}$. Si la suma de las edades de las tres personas es 165. Entonces la diferencia entre la edad del mayor y menor es:

12. Hallar la suma de los 4 términos de una proporción geométrica continua si se sabe que la suma de sus términos extremos es a su diferencia como 17 es a 15 y la diferencia entre el tercer término y la razón es 24.

Para reforzar

- Dos números son entre si como 5 es a 7. Si el producto de dichos números es 315, hallar el mayor.
a) 21 b) 35 c) 15
d) 28 e) 12
- La suma de la media diferencial de 34 y 16 con la cuarta diferencial de 22; 12 y 16 es igual a:
a) 18 b) 29 c) 31
d) 26 e) 34
- Si la razón de la suma con la diferencia de 2 números enteros positivos es $5/3$. ¿Cuál es el número mayor, si su producto es 64?
a) 4 b) 8 c) 16
d) 32 e) 64
- Si:
$$\frac{a}{7} = \frac{b}{13} = \frac{c}{15} = \frac{d}{19}$$

Además: $a + b + c = 525$
Hallar «d»
a) 280 b) 285 c) 300
d) 400 e) 525
- Si:
$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$$

Calcular:
$$\frac{3a + 8b}{2c - a - b}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 5 e) 6
- En una discoteca se observa que por cada 8 mujeres había 5 hombres, además el número de mujeres excede al número de hombres en 21. ¿Cuál es la nueva relación si se retira 16 parejas?
a) $40/19$ b) $23/19$ c) $12/9$
d) $7/11$ e) $7/19$
- El dinero que tiene Andrea es al dinero que tiene Cristina como 11 es a 7. si Andrea da \$ 40 a Cristina ambas tendrían la misma cantidad. ¿Cuánto tiene Andrea?
a) 220 b) 420 c) 280
d) 200 e) 360
- La suma, la diferencia y el producto de dos números están en la misma relación que los números 4; 2 y 15. ¿Cuál es el mayor de los números?
a) 4 b) 10 c) 14
d) 15 e) 16
- Si «M» es la media proporcional de 25 y 9; «N» es la cuarta proporcional de 30, M y 8. Hallar «M + N»
a) 10 b) 19 c) 21
d) 25 e) 30
- En una reunión se observo que por cada 3 mujeres, había 7 hombres. Además el número de hombres excede al de las mujeres en 28. ¿Cuál es la relación de mujeres a hombres si se retiran 14 parejas?
a) $1/5$ b) $1/9$ c) $2/7$
d) $2/5$ e) $3/4$
- En una P. G. continua la suma de los términos extremos es 29 y su diferencia 21. Hallar la media proporcional.
a) 24 b) 16 c) 10
d) 8 e) 12
- En una proporción geométrica continua, la suma de las raíces cuadradas de los extremos es 7. Si la diferencia de los extremos es 7. Determinar el valor de la media proporcional.
a) 8 b) 10 c) 64
d) 16 e) 12