RAZONES TRIGONOMETRICAS DE ANGULOS CUADRANTALES Y COTERMINALES

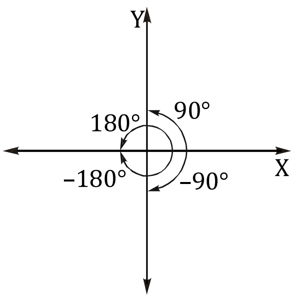
UNA RELACIÓN CONSTANTE EL SENO

Establecida la relación entre el cateto opuesto a un ángulo y la hipotenusa (en un triángulo rectángulo, por supuesto), o sea el Seno, comprobó que esta relación era la misma en todos los triángulos rectángulos, que tuvieran dicho ángulo agudo igual. Si el ángulo agudo era de 30º, 45º ó 60º, era fácil hallar el valor de dicha medición, valiéndose del teorema de Pitágoras (tal como ahora lo hacemos en el curso de Trigonometría).

Y sólo gracias a la nueva regla que el estableció fue posible hallar el valor del seno de muchos otros ángulos, valores que prestan inmensa ayuda a los astronómos y agrimensores.

ÁNGULOS CUADRANTALES

Son aquellos ángulos canónicos, cuyo lado final coincide con cualquiera de los semi-ejes cartesianos. Su medida es siempre múltiplo de 90° y no pertenece a un cuadrante alguno.



$$\boxed{\begin{array}{l}\text{medida de}\\ \text{un ángulo}\\ \text{cuadrantal}\end{array} = 90º n,\ n \in \mathbb{Z}}$$

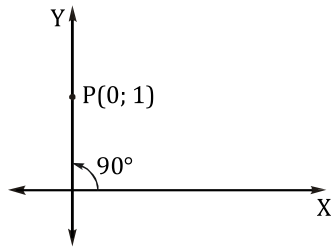
R.T. DE LOS ÁNGULOS CUADRANTALES

θ	0°;360° 2π	90°; $\pi/2$	180°; π	270°; $3\pi/2$
sen	0	1	0	1
cos	1	0	1	0
tg	0	N.D.	0	N.D.
ctg	N.D.	0	N.D	0
sec	1	N.D.	1	N.D.
csc	N.D.	1	N.D.	1

N.D.: no determinado

CÁLCULO DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS CUADRANTALES

Por ejemplo; para hallar las R.T. de 90°, tomamos al punto P(0; 1)



reconocemos:

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 1 \end{array}\right\} r = 1$$

luego:

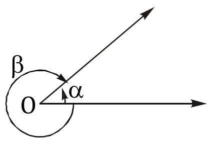
$$Sen90° = \frac{y}{r} = \frac{1}{1} = 1$$

$$Cos90° = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$$

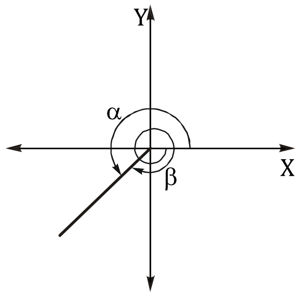
$$Tan90° = \frac{y}{x} = \frac{1}{0} = N.D.$$

ÁNGULOS COTERMINALES

Son aquellos ángulos trigonométricos no necesariamente canónicos que tienen el mismo lado inicial y final; motivo por el cual también se les llama ángulos cofinales. Las medidas de estos ángulos se diferencian siempre en un número entero de vueltas; o dicho de otra manera, la diferencia de sus medidas es siempre un múltiplo de 360°.



α y β : no canónicos
y coterminales



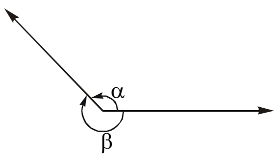
α y β : canónicos y
coterminales

Si α y β : coterminales

® $\boxed{\alpha - \beta = 360°.\ n;\ n \quad \mathbb{Z}}$

Propiedad

Las razones trigonométricas de los ángulos coterminales son respectivamente iguales.



$\boxed{R.T.(\alpha) = R.T.(\beta)}$

Personaje del tema

Resolviendo en clase

1 Simplificar:

$$3Sen90° + 2Cos0°$$

Resolución:

Rpta:

2 Reducir:

$$E = \frac{7Cos0° + 5Sen90°}{4Tg45°}$$

Resolución:

Rpta:

3 Simplificar:

$$E = \sqrt{7Sen90° + 9Cos0°}$$

Resolución:

Rpta:

4 Simplificar:

$$E = \frac{Sen^2 90° + Tg0°}{Cos0° + Tg180°}$$

Resolución:

Rpta:

5 **Reducir la expresión**

$$M = \frac{(a+b)^2 Sen90° + 4abCos180°}{aSen90° + bCos180°}$$

Resolución:

Rpta:

6 **Calcular «x»**

$$Cos^2 360° + Sen270° + 3 = x \oplus Cos180°$$

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

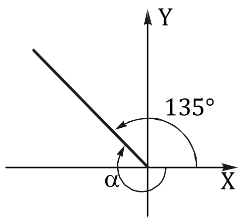
7. Si los ángulos «α» y «θ» son coterminales, calcular:

$$E = \frac{Sen\alpha}{Sen\theta} + \frac{Cos\theta}{Sen\alpha}$$

8. Si los ángulos «θ» y «α» son coterminales, calcular:

$$M = \frac{1 + Sen\theta}{Sen\alpha + 1}$$

9. Del gráfico, calcular $Cos\alpha$



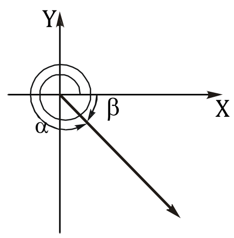
10. Si: $f(x) = Sen2x - Cos4x - Sec8x$
Calcular: $f(45°)$

11. Si los ángulos «α» y «β» son coterminales, calcular:

$$E = \frac{Cos\beta \quad 1 + Tg\alpha}{Cos\alpha \quad 1 + Tg\beta}$$

12. Del gráfico, calcular:

$$E = Sen(Cos\alpha \quad Cos\beta) + Cos(Sen\alpha \quad Sen\beta)$$



Para reforzar

1. Calcular:

$$E = 2Sen90° + 3Cos360°$$

a) -1 b) 1 c) -5
d) 4 e) 5

2. Simplificar:

$$M = 8Cos0° - 6Sen270°$$

a) 2 b) 12 c) 6
d) 14 e) 16

3. Reducir:

$$E = \sqrt{18Cos0° + 7Sen90°}$$

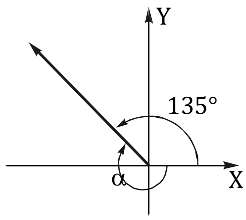
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Reducir:

$$E = \frac{(a+b)^2 Sen90° \;\; (a \;\; b)^2 Cos180°}{Csc90° + Sec0°}$$

a) $a^2 + b^2$ b) c) $a^2 - b^2$
d) $-2ab$ e) $2ab$

5. Del gráfico calcular «Tgα»



a) -1 b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) 0
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) 1

6. Los ángulos que miden 50° y 770°. ¿Son coterminales?

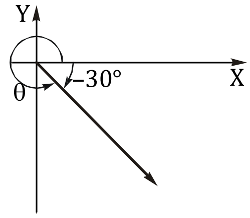
a) Si b) No
c) Imposible
d) F.D. e) N.A.

7. Si los ángulos ϕ y α son coterminales, calcular:

$$E = \frac{Tg\phi}{Tg\alpha} \quad \frac{Sen\alpha}{Sen\phi}$$

a) -1 b) -2 c) 0
d) 1 e) 2

8. Calcular: «Senθ»



a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) -2
d) $\frac{1}{2}$ e) -1

9. Reducir:

$$E = 2Sen290° + Cos2360°$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

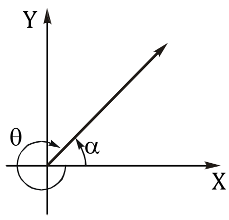
10. Simplificar:

$$M = \frac{3Sen90º + 4Cos0º}{2Cos^2 180º}$$

a) 1,5 b) 2,5 c) 3
d) 3,5 e) 2

11. Del gráfico, calcular:

$$P = \frac{Sen\alpha}{Sen\theta} + \frac{Ctg\theta}{Ctg\alpha}$$



a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

12. Calcular:

$$R = (a+b)^2 Sen^4 90º + (a \;\; b)^2 Cos^3 180º$$

a) a^2+b^2 b) $2ab$ c) b^2-a^2
d) a^2-b^2 e) $4ab$