



Aritmética

PROPORCION ARITMETICA Y GEOMETRICA

PROPORCIONES

Se forma con dos razones iguales.

CLASES

1. PROPORCIÓN ARITMÉTICA

Se llama así cuando se tienen 2 razones aritméticas iguales, en la forma:

$$a - b = c - d = r \quad \dots (1)$$

Donde: a y d: extremos r: razón aritmética
b y c: medios

Principio: de (1)
 $a + d = b + c$

$$\text{Suma de extremos} = \text{Suma de medios}$$

SUBCLASES

1.1. Proporción aritmética discreta (PAD)

Cuando los términos medios son distintos.

Ejemplo 1:

$$\begin{aligned} * \quad 5 - 3 &= 8 - 6 \\ * \quad 9 - 2 &= 16 - 9 \end{aligned}$$

En general:

$$a - b = c - d$$

d : cuarta diferencial

Ejemplo 2:

Calcula la cuarta diferencial de 5 ; 1/2 y 7

Resolución:

$$\begin{aligned} 5 - \frac{1}{2} &= 7 - x \\ x &= 7 - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

1.2. Proporción aritmética continua (PAC)

Cuando los términos medios son iguales y distintos a los otros.

Ejemplo 1:

$$\begin{aligned} * \quad 5 - 3 &= 3 - 1 \\ * \quad 4 - \frac{7}{2} &= \frac{7}{2} - 3 \end{aligned}$$

En general:

$$a - b = b - c$$

b : media diferencial
c : tercera diferencial

$$b = \frac{a + c}{2}$$

Ejemplo 2:

Calcula la media diferencial de 1/5 y 1/3.

Resolución:

$$b = \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{2}$$

Rpta.: $b = \frac{4}{15}$

Ejemplo 3:

Calcula la tercera diferencial de 2 y $\frac{1}{4}$.

Resolución:

$$2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - x$$

$$x = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\text{Rpta.: } x = -\frac{3}{2}$$

2. PROPORCIÓN GEOMÉTRICA

Se llama así cuando se tienen dos razones geométricas iguales, en la forma:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k} \quad \dots 2$$

Donde: a, b, c y $d \neq 0$

a y $d \rightarrow$ extremos

b y $c \rightarrow$ medios

$k \rightarrow$ razón geométrica o simplemente "razón" o constante de proporcionalidad

Principio: de (2)
 $a \cdot d = b \cdot c$

$$\boxed{\text{Producto de extremos} = \text{Producto de medios}}$$

SUBCLASES**2.1. Proporción geométrica discreta (PGD)**

Cuando los términos medios son distintos.

Ejemplo 1:

$$\begin{aligned} * \quad \frac{3}{4} &= \frac{12}{16} \\ * \quad \frac{9}{3} &= \frac{27}{9} \end{aligned}$$

En general:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{o} \quad a : b :: c : d$$

d : cuarta proporcional

Ejemplo 2:

Calcula la cuarta proporcional de 12, 4 y 9.

Resolución:

$$\frac{12}{4} = \frac{9}{x}$$

$$12x = 36$$

$$\text{Rpta.: } x = 3$$

2.2. Proporción geométrica continua (PGC)

Cuando los términos medios son iguales y distintos a los otros.

Ejemplo 1:

$$\begin{aligned} * \quad \frac{1}{3} &= \frac{3}{9} \\ * \quad \frac{8}{4} &= \frac{4}{2} \end{aligned}$$

En general:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

b : media proporcional c : tercera proporcional
o media geométrica. $b^2 = a \cdot c$

Ejemplo 2:

Calcula la media proporcional de $\frac{1}{4}$ y 1 si es positiva.

Resolución:

$$b^2 = \frac{1}{4} \times 1$$

$$\text{Rpta.: } b = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 3:

Calcula la tercera proporcional de $\sqrt{8}$ y $\sqrt{2}$.

Resolución:

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{x}$$

$$2 \cancel{\sqrt{2}} x = \cancel{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

PROPIEDADES

P.1. Si: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, se cumple:

a) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d} = \frac{a - c}{b - d}$

b) $\frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d}$

c) $\frac{a + b}{a - b} = \frac{c + d}{c - d}$

d) $\frac{a^n}{b^n} = \frac{c^n}{d^n}$

e) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{\sqrt[n]{c}}{\sqrt[n]{d}}$

P.2. En una PGC

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

a) Producto de 4 términos: $a \cdot b \cdot b \cdot c = b^4$

b) Producto de 3 términos: $a \cdot b \cdot c = b^3$

P.3. En una PGC

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k$$

* $b = ck$

* $a = ck^2$

P.4. Si:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

a) $a = bk$; $c = dk$; $e = fk$

b) $k = \frac{a+c+e}{b+d+f}$

c) $k^3 = \frac{a \cdot c \cdot e}{b \cdot d \cdot f}$

d) $k^n = \frac{a^n + c^n + e^n}{b^n + d^n + f^n}$

Resolviendo en clase

- 1 La tercera diferencial de “a” y 21 es 14 como 6 es la media proporcional de b. Halla “a – b”

Resolución:

Rpta:

- 2 Halla la cuarta proporcional de:

$$a^2, \quad \frac{a}{b} \quad \text{y} \quad b^2$$

Resolución:

Rpta:

- 3 En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 90 y la diferencia de los mismos es 54. Halla la media proporcional.

Resolución:

Rpta:

- 4 En una PGC, la suma de los términos extremos es 29 y su diferencia 21. Halla la media proporcional si es positiva.

Resolución:

Rpta:

- 5 Calcula la suma de los 4 términos de una PGC, para la cual se verifica que el producto de los 4 términos positivos es igual a 27 veces la semisuma de los medios.

Resolución:

- 6 La suma de los 4 términos de una P.G. es 65 y cada uno de los 3 últimos es $\frac{2}{3}$ del anterior.

¿Cuál es el último término?

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. En una proporción geométrica continua, el producto de sus 4 términos positivos es 3^{12} y además uno de sus extremos es 9 veces el otro. Da como respuesta la suma de sus términos.

8. El producto de los 4 términos positivos de una proporción geométrica continua es 50 625. Si la suma de los extremos es 34, halla su diferencia.

9. En una proporción geométrica, la suma de los términos de la primera razón es 45 y la suma de los términos de la segunda razón es 75. Halla el segundo antecedente sabiendo que la suma de los consecuentes es 48.

10. En una proporción geométrica continua, los términos extremos están en la misma relación que 4 y 25, y su suma es 116. ¿Cuál es la media proporcional?

11. Si:

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{5}{4}$$

Además: $pq = 1\ 100 + mn$; $p - m = 25$

Calcula: $m + p$.

12. Si:

$$\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{1}{p}$$

Además: $\frac{A - 9}{a - 15} = \frac{B + 12}{b + 20}$

Calcula p.

Para reforzar

- La tercera diferencial de "a" y 18 es 12 como 8 es la media proporcional de b y 4. Halla $a + b$.
a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 80
- Halla la cuarta proporcional de a, a.b y b
a) b b) a^2 c) 2b
d) ab e) b^2
- En una proporción geométrica continua, la suma de los extremos es 34 y su diferencia es 16. Halla la media proporcional.
a) 12 b) 14 c) 13
d) 16 e) 15
- En una PGC, la suma de los términos extremos es 20 y su diferencia 16. Halla la media proporcional si es positiva.
a) 3 b) 9 c) 64
d) 81 e) 6
- Calcula la suma de los 4 términos de una PGC, para la cual se verifica que el producto de los 4 términos positivos es igual al cuádruplo de la suma de los medios.
a) 6 b) 7 c) 8
e) 10 e) 9
- La suma de los 4 términos de una P.G. es 85 y cada uno de los 3 últimos es $\frac{1}{4}$ del anterior.
¿Cuál es el primer término?
a) 4 b) 32 c) 16
e) 16 e) 64
- En una proporción geométrica continua, el producto de sus 4 términos positivos es 2^8 y además uno de sus extremos es 4 veces el otro. Da como respuesta la suma de sus términos.
a) 14 b) 20 c) 16
d) 22 e) 18
- El producto de los 4 términos positivos de una proporción geométrica continua es 1296. Si la suma de los extremos es 13, halla su diferencia.
a) 4 b) 6 c) 5
d) 2 e) 3
- En una proporción geométrica, la suma de los términos de la primera razón es 15 y la suma de los términos de la segunda razón es 25. Halla el primer antecedente sabiendo que la suma de los consecuentes es 16.
a) 6 b) 9 c) 8
d) 16 e) 12
- En una proporción geométrica continua, los términos extremos están en la relación de 4 a 9, siendo su suma 65. Halla la media proporcional.
a) 30 b) 60 c) 45
d) 10 e) 50
- Si:
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{4}$$

Además: $ab - cd = 780$; $b - d = 4$
Calcula: $b + d$.
a) 260 b) 245 c) 254
d) 248 e) 250
- Si:
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

Además:
$$\frac{a+5}{b+3} = \frac{c+15}{d+9}$$

Calcula: $1/k$
a) $2/3$ b) $3/5$ c) $1/3$
d) $5/3$ e) $3/2$