



# Trigonometría

## PROPIEDADES DE LAS RAZONES TRIGONOMETRICAS

### PROPIEDADES

Hoy vamos a tener dos propiedades importantes.

#### I. R.T. RECÍPROCAS (ÁNGULOS IGUALES)

$$\begin{cases} \text{sen}\theta \cdot \text{csc}\theta = 1 \\ \text{cos}\theta \cdot \text{sec}\theta = 1 \\ \text{tg}\theta \cdot \text{ctg}\theta = 1 \end{cases}$$

Se observa que el producto de estas razones debe ser igual a uno; también es cierto cuando se trate del mismo ángulo.

Ejm: Hallar «x» en cada caso:

ángulos iguales

1. Si:  $\text{sen}4x \cdot \text{csc}48^\circ = 1$   $\Rightarrow 4x = 48^\circ$   
 $x = 12^\circ$

ángulos iguales

2. Si:  $\text{cos}(60^\circ - 5x) \cdot \text{sec}x = 1$   $\Rightarrow 60^\circ - 5x = x$   
 $60^\circ = 6x$   
 $x = 10^\circ$

ángulos iguales

3. Si:  $\text{tg}3x \cdot \text{ctg}(80^\circ - 5x) = 1 \Rightarrow 3x = 80^\circ - 5x$   
 $8x = 80^\circ$   
 $x = 10^\circ$

#### II. R.T. COMPLEMENTARIAS (PARA DOS ÁNGULOS QUE SUMAN 90°, ES DECIR SON COMPLEMENTARIOS)

$$\text{Si: } \theta + \alpha = 90^\circ < > \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Se cumple:

$$\begin{cases} \text{sen}\theta = \text{cos}\alpha \\ \text{tg}\theta = \text{ctg}\alpha \\ \text{sec}\theta = \text{csc}\alpha \end{cases}$$

Ejm: Hallar «x» en cada caso:

1. Si:  $\text{sen}(x + 2^\circ) = \text{cos}(x - 2^\circ)$   $\Rightarrow x + 2^\circ + x - 2^\circ = 90^\circ$   
 $2x = 90^\circ$   
 $x = 45^\circ$

2. Si:  $\text{tg}3x = \text{ctg}3x$   $\Rightarrow 3x + 3x = 90^\circ$   
 $6x = 90^\circ$   
 $x = 15^\circ$

3. Si:  $\text{sec}(4x - 20^\circ) = \text{csc}7x$   $\Rightarrow 4x - 20^\circ + 7x = 90^\circ$   
 $11x = 110^\circ$   
 $x = 10^\circ$

## Resolviendo en clase

1 Calcule «x», si:

$$\operatorname{tg}2x = \operatorname{ctg}60^\circ$$

*Resolución:*

*Rpta:*

2 Reduce:

$$M = \cos22^\circ (\sec22^\circ - 8\operatorname{csc}68^\circ)$$

*Resolución:*

*Rpta:*

3 Calcule «x», si:

$$\sec(x+20^\circ) = \operatorname{csc}(x-20^\circ)$$

*Resolución:*

*Rpta:*

4 Sabiendo que:

$$\cos(60^\circ-x) \cdot \sec2x = 1$$

$$\operatorname{sen}3x = \cos3y$$

Determine  $(2y - x)$

*Resolución:*

*Rpta:*

5 Determine "3y - x"

$$\cos 2x \cdot \sec y = 1$$

$$\operatorname{tg} 40^\circ \cdot \operatorname{ctg} 2y = 1$$

*Resolución:*

*Rpta:*

6 Determine "x"

$$16^{x \operatorname{tg} 15^\circ} = 8^{\operatorname{ctg} 75^\circ}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Si:

$$\alpha + \theta = 90^\circ,$$

calcule:

$$E = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \theta + \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \alpha}$$

8. Simplifique:

$$E = \frac{\cos 8^\circ}{\operatorname{sen} 72^\circ} + \frac{\sec 16^\circ}{\operatorname{csc} 74^\circ} + \frac{\operatorname{tg} 25^\circ}{\operatorname{ctg} 65^\circ}$$

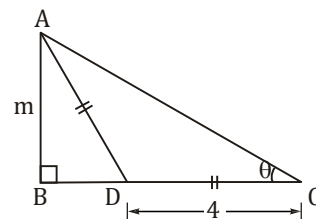
9. Simplifique:

$$E = 2 \operatorname{sen} 50^\circ (3 \operatorname{csc} 50^\circ - 2 \operatorname{sec} 40^\circ)$$

10. Reduce:

$$E = \operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 2^\circ \cdot \operatorname{tg} 3^\circ \dots \operatorname{tg} 89^\circ$$

11. Calcule «m» del gráfico:



Además:  $\operatorname{tg} 75^\circ \cdot \operatorname{ctg} \theta = 0$

12. Determine «x», si:

$$\operatorname{tg} 3x = \operatorname{ctg} 3x$$

## Para reforzar

1. Calcule «x», si:

$$\cos 96^\circ \cdot \sec 8x = 1$$

- a)  $10^\circ$                       b)  $12^\circ$                       c)  $13^\circ$   
 d)  $15^\circ$                       e)  $18^\circ$

2. Reduce:

$$\frac{\sec 20^\circ}{\csc 70^\circ} + \frac{\operatorname{ctg} 10^\circ}{\operatorname{tg} 80^\circ} - \frac{\cos 31^\circ}{\operatorname{sen} 59^\circ}$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 5

3. Calcule:

$$E = \operatorname{sen} 10^\circ (\csc 10^\circ + 3 \sec 80^\circ)$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 5

4. Calcule «cos 6x»; si:

$$\operatorname{sen} 5x \cdot \csc 50^\circ = 1$$

- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{1}{2}$                       c)  $\frac{1}{5}$   
 d)  $\frac{1}{4}$                       e) 1

5. Calcule «x»; si:

$$\operatorname{sen}(x + 2^\circ) = \cos(x - 2^\circ)$$

- a)  $20^\circ$                       b)  $15^\circ$                       c)  $30^\circ$   
 d)  $45^\circ$                       e)  $10^\circ$

6. Calcule «x» si:

$$\operatorname{tg}(2x - 40^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(x - 10^\circ) = 1$$

- a)  $10^\circ$                       b)  $25^\circ$                       c)  $30^\circ$   
 d)  $15^\circ$                       e)  $35^\circ$

7. Simplifique:

$$E = \sqrt{9 \cdot \operatorname{sen} 40^\circ \cdot \csc 40^\circ}$$

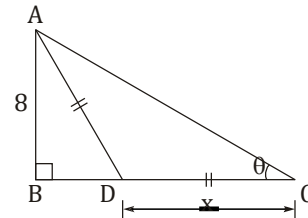
- a) 2                      b) 3                      c) 9  
 d) 4                      e) 5

8. Calcule «x»; si:

$$16^{x \cos 20^\circ} = 8^{4 \operatorname{sen} 70^\circ}$$

- a) 4                      b) 1                      c) 3  
 d) 5                      e) 2

9. Calcule «x» del gráfico:



Además:

$$\operatorname{tg}(2\theta + 45^\circ) - \operatorname{ctg} \theta = 0$$

- a) 15                      b) 12                      c)  $8\sqrt{2}$   
 d) 16                      e) 14

10. Calcule «y». Si:

$$\cos 2y \cdot \sec 20^\circ = 1$$

- a)  $5^\circ$                       b)  $20^\circ$                       c)  $10^\circ$   
 d)  $30^\circ$                       e)  $15^\circ$

11. Simplifique:

$$E = (\operatorname{sen} 40^\circ + 2 \cos 50^\circ) \cdot \csc 40^\circ$$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
 d) 4                      e) 5

12. Simplifique:

$$E = \operatorname{tg} 10^\circ \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \dots \operatorname{tg} 80^\circ$$

- a) 1                      b) 2                      c)  $\sqrt{3}$   
 d)  $2\sqrt{3}$                       e)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$