



Aritmética

PROMEDIOS - CLASES - PROPIEDADES

INTRODUCCIÓN

Juan, alumno de 2°. de secundaria, enseña su libreta del colegio a Pedro, ambos alumnos y amigos. Las notas fueron:

	Nota
Aritmética	18
Álgebra	10
Geometría	08
Física	13
Raz. Matemático	16

Promedio : 13

En ese momento, llega el papá de Juan y le pregunta: «Bien, hijo... ¿? ¿Con cuánto «pasas» a 3°.?» y Juan responde: «Con 18 papi». Pedro le queda mirando y le dice: «Oye, no!, dile el promedio». «Ah... sí, lo olvidé. Con 13, papi».

Bien, así es, de un grupo de notas existe uno llamado «promedio» que les representa. Pero esta semana aprenderás que este promedio puede ser de 3 tipos: aritmético, geométrico y armónico. Lo obtenido en las notas es un promedio aritmético.

1. PROMEDIO ARITMÉTICO

Llamado también Media Aritmética (MA) o simplemente «promedio».

Dados cuatro números: 4; 13; 12; 17, la media aritmética es:

$$MA = \frac{4 + 13 + 12 + 17}{4} = 11,5$$

Para : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$$MA = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

2. PROMEDIO GEOMÉTRICO

Llamado también Media Geométrica (MG).
 Dados tres números: 12 ; 3/8 ; 6

$$MG = \sqrt[3]{12 \times \frac{3}{8} \times 6} = \sqrt[3]{27} = 3$$

Para : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$$MG = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n}$$

3. PROMEDIO ARMÓNICO

Llamado también Media Armónica (MH).
 Dados cuatro números: 2 ; 5 ; 2/3 ; 1

$$MH = \frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{\frac{2}{3}} + \frac{1}{1}}$$

$$MH = 1,25$$

Para : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}}$$

PROPIEDADES

- ❑ Si todos los números son iguales, entonces:
 $MA=MG=MH$ = mismo número.
- ❑ Si todos los números son distintos, entonces:
 a) Número < Promedio < Número
 Menor Mayor
 b) $MH < MG < MA$

4. PROMEDIO DE GRUPOS

		<i>Nota</i>
<i>Aula</i>	<i>Nº. Alumnos</i>	<i>Promedio</i>
A	20	17
B	30	12
C	50	10

El nota promedio de las tres aulas es:

$$\frac{17 + 12 + 10}{3} \quad \text{No!}$$

Se calcula así:

$$\frac{20 \times 17 + 30 \times 12 + 50 \times 10}{20 + 30 + 50} = 12$$

La temperatura media de una ciudad durante el mes de noviembre fue variable:

<i>Fecha</i>	<i>Nº. de días</i>	<i>Temperatura media</i>
1 al 5	5	16°C
6 al 20	15	17°C
21 al 30	10	22°C

La temperatura media en todo el mes fue:

$$\frac{5 \times 16 + 15 \times 17 + 10 \times 22}{5 + 15 + 10} = 18,5^\circ\text{C}$$

5. PARA DOS NÚMEROS a y b

(a)	$MA = \frac{a+b}{2}$	$MG = \sqrt{ab}$	$MH = \frac{2ab}{a+b}$
(b)	$MG^2 = MA \cdot MH$		

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Halla la media geométrica de 8; 9 y 24.

Resolución: $\sqrt[3]{8 \cdot 9 \cdot 24}$

$$\sqrt[3]{4^3 \cdot 3^3}$$

$$\underline{12}$$

2. Halla la media aritmética de 5, 10 y 15.

Resolución: $\frac{5+10+15}{3} = \frac{30}{3} = \underline{10}$

3. La M.A. de 2 números es 21 y su razón aritmética es 14. Halla el número mayor.

Resolución:

$$\frac{a+b}{2} = 21 \quad \begin{array}{l} a+b=42 \\ a-b=14 \\ 2a=56 \\ a=28 \\ b=14 \end{array} \quad \underline{a=28}$$

4. El promedio de las edades de 5 personas es 48. Si ninguna de ellas es mayor de 50 años, ¿cual es la mínima edad de una de ellas?

Resolución: $\frac{50+50+50+50+x}{5} = 48$

$$x = \underline{40}$$

5. Calcula el promedio geométrico de 3 y 27.

Resolución: $MG = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = 9$

$$MG = \underline{9}$$

Resolviendo en clase

- 1 Hallar el mayor promedio de:
1; 4; 7; 10; 13; 17; 20; 23.

Resolución:

Rpta:

- 2 Hallar el menor promedio de:
1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; ..., $\frac{1}{10}$.

Resolución:

Rpta:

- 3 El promedio aritmético de a ; b y c es 29. Si b es el promedio aritmético de 12 y 20, halla $(a+c)$.

Resolución:

Rpta:

- 4 Juan Carlos ha obtenido en las cuatro primeras prácticas de aritmética: 11; 13; 10 y 12. ¿Cuál debe ser su nota en la quinta práctica, para que su promedio sea 13?

Resolución:

Rpta:

- 5 Marco calcula el promedio de sus 5 primeras prácticas y resulta 13. Si en las 2 siguientes prácticas obtuvo 14 y 16, ¿cuál es su promedio ahora?

Resolución:

- 6 Si la media aritmética de 2 números es 10 y la media geométrica es $\sqrt{5}$, calcula su media armónica.

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Halla dos números sabiendo que su media aritmética es 5 y su media armónica es $24/5$.

10. El promedio aritmético de 30 números es 14. Si agregamos un número, el promedio se incrementa en 2 unidades. ¿Qué número estamos agregando?

8. El promedio geométrico de 3; 9; 27; ... 3^n es 243. Halla «n».

11. El promedio de 30 alumnos de la clase «A» es 16; de la clase «B», que tiene 40 alumnos, es 14; y de la clase «C», que tiene 50 alumnos, es 12. Halla el promedio de las tres clases.

9. La media geométrica de 4 números diferentes es $3\sqrt{3}$. Halla el promedio aritmético de los cuatro números.

12. En una partida de póker se encuentran 5 personas cuyo promedio de edades es 32 años. Si ninguno tiene menos de 24 años, ¿cuál es la máxima edad que puede tener uno de ellos?

Para reforzar

- Halla el mayor promedio de 6; 11; 16; 21; 26; 31; 36; 41.
a) 21,5 b) 22,5 c) 23
d) 23,5 e) 24
- Hallar el menor promedio de 1; $1/2$; $1/3$; $1/4$; ...; $1/20$.
a) $5/21$ b) $4/21$ c) $1/7$
d) $2/21$ e) $1/21$
- El promedio aritmético de a; b y c es 15 si "b" es el promedio aritmético de 18 y 16, halla (a + c).
a) 20 b) 25 c) 28
d) 30 e) 34
- El promedio de las edades de 5 personas es 11,4. Si una de ellas tiene 13 años, ¿cuál es el promedio de las restantes?
a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 19
- El promedio de las notas de un alumno en sus tres primeras prácticas es exactamente 12. Si en la cuarta práctica obtiene 08, ¿cuál será el nuevo promedio?
a) 10 b) 11 c) 12
d) 09 e) 13
- La media geométrica y la media armónica de 2 números son 4 y 2. Calcula su media aritmética.
a) 1 b) 4,5 c) 3,5
d) 4 e) 8
- El mayor promedio de 2 números es 21. Si la diferencia entre ambos números es 12, ¿cuál es el número menor?
a) 10 b) 15 c) 16
d) 17 e) 21
- Halla «x» si el promedio geométrico de 2^x ; 2^{2x} y 8^x es 1024.
a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6
- La media geométrica de 3 números enteros positivos distintos es 7. Calcula su media aritmética.
a) 13 b) 15 c) 17
d) 19 e) 21
- El promedio de notas de 27 alumnos es 15. Si a todos los alumnos se les aumenta un punto en su examen, ¿cuál será el nuevo promedio?
a) 14 b) 15 c) 16
d) 17 e) 18
- En una clase de 40 alumnos, la estatura promedio de los hombres, que son 25, es 1,68 cm y el promedio de las mujeres es 1,62m. ¿Cuál es el promedio de la clase?
a) 1,63m b) 1,64m c) 1,65m
d) 1,66m e) 1,67m
- El promedio de las notas de un grupo de 6 alumnos es 78. Si ninguno de ellos obtuvo menos de 74, ¿cuál es la máxima nota que pudo obtener uno de ellos?
a) 90 b) 92 c) 94
d) 98 e) 88