



# Álgebra

## PROBLEMAS DE POLINOMIOS

### Monomio

Término algebraico de exponentes enteros y positivos para todas sus variables (expresión racional entera).

#### Ejemplos:

- ✦  $M(x, y) = x^3y^4$  Monomio
- ✦  $M(x, y, z) = x^5y^3z^5$  Monomio
- ✦  $M(x, y, z) = x^4y^3z^6$  Monomio
- ✦  $x^2/y^3$  No es monomio
- ✦  $x^4y^{1/2}$  No es monomio
- ✦  $x^6y^{2/3}z$  No es monomio

### Polinomio

Expresión algebraica entera de uno o más términos.

#### Ejemplos:

- ✦  $P(x, y) = 6x^4y^2 - 5x^2 + 3xy^3 + y^4$   
Polinomio de 4 términos
- ✦  $P(x, y, z) = 3x^2y^3z - 5x^3y^5 + 3y^4$   
Polinomio de 3 términos
- ✦  $P(x, y, z) = 2xy - 5xy^2z^4$   
Polinomio de 2 términos

### Grados

#### 1. GRADO RELATIVO DE UN MONOMIO (G.R.)

Está dado por el exponente de la variable indicada.

- ✦  $M(x, y, z) = 4x^2y^4z^5$   
GR(x) = 2; GR(y) = 4; GR(z) = 5

#### 2. GRADO ABSOLUTO DE UN MONOMIO (G.A.)

Es el mayor grado de uno de los términos.

- ✦  $M(x, y, z) = 3^2x^4y^5z^7$   
G.A. = 4 + 5 + 7 = 16

#### 3. GRADO RELATIVO DE UN POLINOMIO (G.R.)

Está dado por el mayor exponente de la variable referida.

- ✦  $P(x, y) = 2x^4y^2 + 6x^3y^5 + 7x^7$   
GR(x) = 7 ; GR(y) = 5
- ✦  $Q(x, y) = 6x^4y^5 - 2x^5y^3 - y^6$   
GR(x) = 5 ; GR(y) = 6

#### 4. GRADO ABSOLUTO DE UN POLINOMIO

Está dado por el monomio de mayor grado.

- ✦  $P(x, y) = \underbrace{4x^3y^2}_5 - \underbrace{2x^2y^5}_7 + \underbrace{6x^4y^6}_{10}$   
G. A. (P) = 10

### Polinomios Especiales

Término algebraico de exponentes enteros y positivos para todas sus variables (expresión racional entera).

#### 1. POLINOMIO ORDENADO

Es aquél donde los exponentes de la variable van aumentando o disminuyendo.

#### Ejemplos:

- ✦  $P_{(x)} = x^{16} - 2x^{10} + x^2 + 1$   
Polinomio Ordenado Descendente.
- ✦  $Q_{(x)} = 2 + x^4 + 5x^7 + x^{10}$   
Polinomio Ordenado Ascendente.

## 2. POLINOMIO COMPLETO

Es aquél donde aparecen todos los exponentes de la variable, desde el mayor hasta el término independiente (exponente cero).

### Ejemplos:

$$\star P(x) = 6x^2 + 2x + 3x^3 + 5$$

tiene 4 términos

$$\star Q(x) = 2 + x + 3x^2 + 5x^3 + 4x^4$$

tiene 5 términos

### 2.1. Propiedad

En todo polinomio completo se cumple:

$$\# \text{ Términos} = \text{Grado} + 1$$

Sea:

$$P(x) = 2x^2 + 5x + 1$$

tiene 3 términos  
 $3 = 2 + 1$

## 3. POLINOMIO HOMOGÉNEO

Es aquél donde todos sus términos tienen el mismo grado absoluto.

### Ejemplos:

$$\star P(x,y) = \underbrace{6x^2}_{2.^\circ} + \underbrace{xy}_{2.^\circ} - \underbrace{y^2}_{2.^\circ}$$

$$\star P(x,y) = \underbrace{6x^2}_{2.^\circ} + \underbrace{xy}_{2.^\circ} - \underbrace{y^2}_{2.^\circ}$$

$$\star Q(x,y) = \underbrace{2x^4y^2}_{6.^\circ} + \underbrace{3x^3y^3}_{6.^\circ} + \underbrace{y^6}_{6.^\circ}$$

## 4. POLINOMIOS IDÉNTICOS

Son aquéllos que tienen el mismo valor numérico para un mismo valor de variable. Es decir, tienen los mismos coeficientes en términos homólogos.

### Ejemplos:

$$\star 2x + 3 \equiv 3 + 2x$$

$$\star 5x^3 + 2x - 1 + 4x^2 \equiv 4x^2 - 1 + 2x + 5x^3$$

## 5. POLINOMIO IDÉNTICAMENTE NULO

Es aquél donde para cualquier valor asignado a su variable, el resultado es siempre cero. Es decir, sus coeficientes son todos ceros.

### Ejemplo:

$$\star P(x) \equiv 0x^3 + 0x^2 + 0x + 0$$

$$P(x) \equiv 0$$

## EJERCICIOS RESUELTOS

1. Halla el coeficiente de  
 $M(x, y) = (1/2)^n 9^m x^{3m+2n} y^{5m-n}$   
 cuyo grado es 20 y el grado relativo de "x" es 14.

- a) 16/81      b) 81/16      c) 9/16  
 d) 16/9      e) 81/8

### Resolución:

$$GA = 3m + 2n + 5m - n = 20$$

$$GR(x) = 3m + 2n = 14$$

$$\begin{cases} 8m + n = 20 \\ 3m + 2n = 14 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} W \quad 16m + 2n = 40 \\ \quad \underline{-3m - 2n = -14} \\ \quad \quad 13m = 26 \end{array}$$

$$m = 2 \Rightarrow n = 4$$

$$W \text{ coeficiente} = (1/2)^4 9^2$$

$$= \underline{\underline{81/16}}$$

Rpta.: b

2. Si  $P(x + 2) = x + P(x)$  y  $P(3) = 1$  calcula el valor de  $P(5) + P(1)$ .

- a) -4      b) 0      c) 1  
 d) 2      e) 4

### Resolución:

$$\text{En } P(x + 2) = x + P(x)$$

$$W \quad x = 1$$

$$P(3) = 1 + P(1)$$

$$\quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad 1}$$

$$P(1) = 0$$

$$W \quad x = 3$$

$$P(5) = 3 + P(3)$$

$$P(5) = 3 + 1$$

$$P(5) = 4$$

$$W \quad P(5) + P(1) = 4 + 0 = \underline{\underline{4}}$$

Rpta.: e

3. Si el término independiente del polinomio:  
 $P(x) = 2(x-3)^2 (x-2)^3 (x-m)^2 (x+1)^3$  es  $-576$ , halla el valor de  $m^2$ .

- a) 1                      b) 4                      c) 9  
d) 16                      e) 25

**Resolución:**

Sabemos que  $P(0) =$  término independiente

$$\begin{aligned} P(0) &= 2(-3)^2 (-2)^3 (-m)^2 (1)^3 = -576 \\ &= 2 \cdot 9 \cdot (-8)(m^2) = -576 \\ m^2 &= \underline{4} \downarrow \end{aligned}$$

**Rpta.: b**

4. En el polinomio homogéneo:  
 $P(x, y) = x^m + y^{n+p} + x^n y^p + x^p y^n + x^q y^r + x^r y^q$   
la suma de todos sus exponentes es  $54$ . Halla el valor de:

$$E = m + n + p + q + r$$

- a) 12                      b) 15                      c) 18  
d) 27                      e) 36

**Resolución:**

Por homogeneidad

$$m = n + p = q + r = k$$

$$\text{W } 6k = 54$$

$$k = 9$$

$$\text{W } m = 9, n + p = 9, q + r = 9$$

$$E = 9 + 9 + 9 = \underline{27} \downarrow$$

**Rpta.: d**

5. Si el polinomio:  
 $P(x) = a(x-3)(x+1) + (b-2)(x+1)(x-2) + (c+3)(x-3)(x-2)$   
es idénticamente nulo. Halla  $a + b + c$ .

- a) 0                      b) -1                      c) 2  
d) 3                      e) -3

**Resolución:**

Evaluamos:

$$P(3) = (b-2)(4)(1) = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$P(2) = a(-1)(3) = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$P(-1) = (c+3)(-4)(-3) = 0 \Rightarrow c = -3$$

$$\Rightarrow a = 0, b = 2, c = -3$$

$$a + b + c = \underline{-1} \downarrow$$

**Rpta.: b**

## Resolviendo en clase

1 Si

$P(x) = ax^2 + 2x - 1$  y  $P(-2) = 7$ , el valor de "a" es:

*Resolución:*

*Rpta:*

2 Calcula el grado de:

$P(x, y, z) = 8x^a y^b z^c$ , sabiendo que:  $GA - GR(x) = 11$ ,

$GA - GR(y) = 12$

$GA - GR(z) = 13$ .

*Resolución:*

*Rpta:*

3 Calcula m . n si

$P(x, y) = 2x^{m+1}y^{n-2} - 5x^{m+2}y^{n-1} + 7x^{m+3}y^{n-3}$

es de  $GA = 20$  y de  $GR(y) = 8$ .

*Resolución:*

*Rpta:*

4 Halla el valor de A + B si:

$15 - 4x \equiv A(2 - x) + B(1 + x)$

*Resolución:*

*Rpta:*

5 Dado el polinomio:

$$P(x) = 2x^{c+d-1} - 3x^{b-c+1} + 5x^{a+b-4} + 2x^{a-3}$$

completo y ordenado descendientemente, halla el valor de  $a + b + c + d$ .

*Resolución:*

6 Si:

$$P = \frac{(3X+1)}{(5X-1)} = 9X+2$$

Hallar:

$$P\left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}\right)$$

Resolución:

*Rpta:*

*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Dado el polinomio:

$$P(x) = (x + 1)^n + (3x + 1)^n + (5x - 1)^n + b$$

con término independiente 5 y suma de coeficientes 38. Halla  $P(-1)$ .  
(n es par)

8. Siendo:

$$P(x, y, z) = 3^a x^{a+2} y^{b+2} + 2^b y^{a+1} z^{c+3} + 5^c x^{b+4} z^c$$

un polinomio homogéneo de grado "m + 2", calcula:

$$n+1 \sqrt{\frac{(a+b+c)^n}{a^n + b^n + c^n}}$$

9. Calcula  $A + B + C$  si:

$$(x + 1)[A(x + 2) + B(x - 2) - 3x] + 15x = (x - 2)[3x + c(x + 2)]$$

se verifica para todo "x".

10. Si:

$$P(2x+3) = 7-6x$$

Hallar:  $P(x + 1)$

11. Calcula  $A + B + C + D$ , para que el polinomio  $P(x) = Ax^3 + 2x^2 - 3x^3 + 2Cx^2 + 8 - 3Bx + D + 9x$ , sea idénticamente nulo.

12. Si:  $P^{\wedge}xh = \sqrt{x^3} \sqrt[5]{x^2} \sqrt{x^2}$  es de tercer grado para un valor de "n". Deicho valor es:

## Para reforzar

- Halla la suma de los siguientes términos semejantes:  
 $A = (a + 3b + c)x^{a-5}y^{b+c+8}$   
 $B = (2b + 4c + 3)x^3y^{10}$ 
  - $15x^3y^{10}$
  - $18x^3y^{10}$
  - $20x^3y^{10}$
  - $16x^3y^{10}$
  - $21x^3y^{10}$
- Si  
 $P(x) = 2x^2 + 5x + 2$  y  
 $Q(x) = 6x + 1$ ,  
 halla  $P(Q(1))$ .
  - 125
  - 63
  - 117
  - 135
  - 119
- Halla  $a \cdot b$  en:  
 $P(x, y) = 5x^{2a}y^{a+b+1} + 12x^{a-b}y^{2b-1}$  si  $GR(y) = 9$   
 y  $GA = 19$ .
  - 15
  - 6
  - 72
  - 18
  - 12
- Si  
 $P(x, y) = x^{m+2}y^5 + 7x^{10}y^n + 2x^{m+3}y^p$  es  
 homogéneo, con grado de homogeneidad 11,  
 halla " $m + n + p$ ".
  - 5
  - 6
  - 7
  - 8
  - 9
- Si  
 $P(x + 2) = x + P(x)$  y  $P(3) = 1$ , calcula el  
 valor de  $P(5) + P(1)$ .
  - 4
  - 0
  - 1
  - 2
  - 4
- Si la suma de coeficientes del polinomio:  
 $P(x) = (4x^3 + 3) \cdot (5x^7 - 7)^{n-4} + (8x - 9)^{10}$   
 es 449, entonces el valor de " $n$ " es:
  - 5
  - 6
  - 8
  - 10
  - 12
- Halla el coeficiente de  
 $M(x, y) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 9^m x^{3m+2n} \cdot y^{5m-n}$   
 cuyo grado es 20 y el grado relativo a " $x$ " es  
 14.
  - 16/81
  - 81/16
  - 9/16
  - 16/9
  - 81/8
- Dada la expresión algebraica:  
 $R(x, y) = 6x^{m-2}y^{n+5} + 3x^{m-3}y^n - 8x^{m-1}y^{n+6}$ ,  
 halla  $mn$  si su grado absoluto es 17 y el grado  
 relativo de " $x$ " es 6.
  - 30
  - 35
  - 36
  - 42
  - 45
- Si el polinomio:  
 $P(x) = 3x^{n+3} - x^{n+2} + x^{n+1} + \dots + 3$   
 completo, ordenado y tiene 38 términos; el  
 valor de " $n$ " es:
  - 33
  - 34
  - 37
  - 39
  - 40
- Encuentra el valor de  $a + b$  en la siguiente  
 igualdad:  
 $13 - 4x \equiv a(x + 2) + b(x - 1)$ 
  - 8
  - 6
  - 4
  - 2
  - 0
- ¿Cuál es el valor de " $a$ " para que la expresión:  

$$M = \frac{(x^{a+5} + x^{a+3} + 5)^a (x^{a+1} - x^{a-2} + 1)^{a-1}}{(x^a - x^2 + 3)^2}$$
 sea de grado 64? ( $a > 2$ )
  - 6
  - 3
  - 2
  - 5
  - N.A.
- Si  $P(x) = x^2 - 1$   
 Calcular:  $P^{\ell} P^2 P(\sqrt{3})^{\ell}$ 
  - 9
  - 80
  - 81
  - 8
  - 27