

Geometría

CONGRUENCIA DE TRIANGULOS

Introducción

Muchas veces confundimos la palabra igual y congruente. Cuando vemos dos gemelos, decimos que son iguales pero en realidad no existen objetos iguales, sino congruentes.

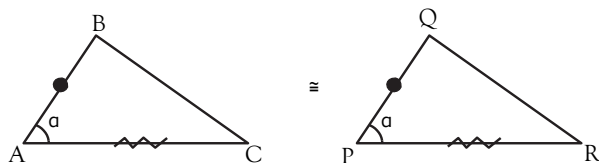
Definición

Dos triángulos serán congruentes cuando tengan sus lados respectivamente congruentes y sus ángulos internos también congruentes.

Es suficiente tres condiciones para determinar la congruencia de triángulos.

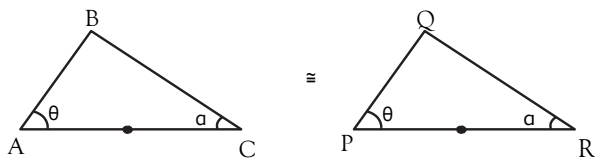
Casos de la congruencia

- **Caso I (L-A-L):** Dos triángulos serán congruentes si tienen un ángulo interior y los lados que lo forman respectivamente congruentes.



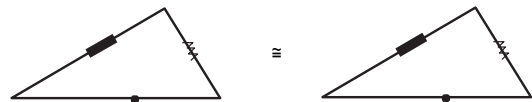
$\Delta ABC \cong \Delta PQR \Rightarrow$ los triángulos son congruentes.

- **Caso II (A-L-A):** Dos triángulos serán congruentes si tienen dos ángulos y el lado entre ellos respectivamente congruentes.



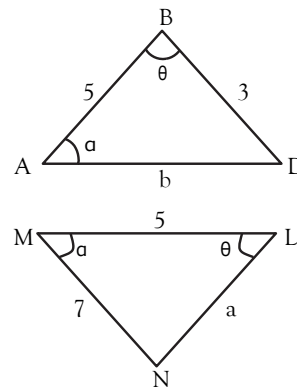
$\Delta ABC \cong \Delta PQR \Rightarrow$ los triángulos son congruentes.

- **Caso III (L-L-L):** Dos triángulos serán congruentes si tienen sus tres lados respectivamente congruentes.



Ejemplo:

Calcule $a + b$.

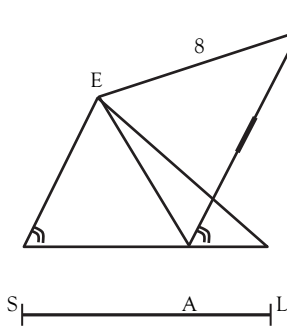


Resolución:

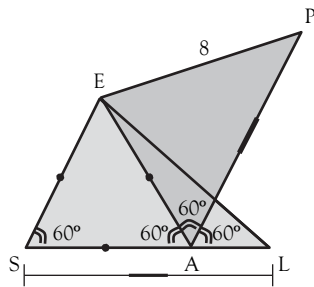
De lo estudiado
 $\Delta ABD \cong \Delta MNL$: caso II (A-L-A.)
 $\Rightarrow b = 7$ y $a = 3$
 $a + b = 10$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Si el $\triangle SEA$ es equilátero, calcule EL .



Resolución:

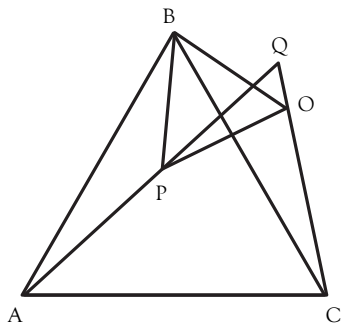


$\triangle SEL \cong \triangle AEP$ (L-A-L)

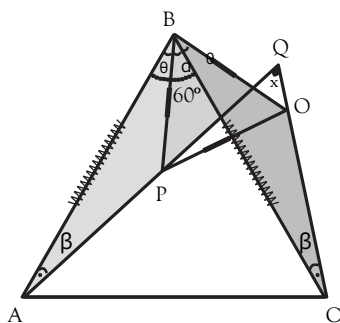
Es decir: $\bullet - 60^\circ - \text{---}$

Entonces $EL = 8$

2. En la figura mostrada, los triángulos ABC y BPO son equiláteros, calcule la $m\angle PQO$.



Resolución:



Según el gráfico: $\theta + \alpha = 60^\circ$

$\triangle ABP \cong \triangle CBO$ (L-A-L)

Es decir: ($\text{~~~~~} - \theta - \text{---}$).

Entonces $m\angle BAP = m\angle BCO = \beta$.

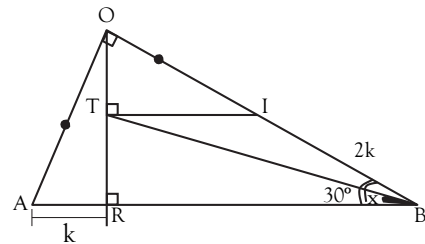
Ahora por propiedad:

$$\beta + 60^\circ =$$

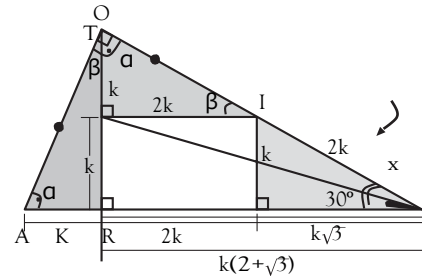
$$x + \beta$$

$$60^\circ = x$$

3. Del gráfico, calcule "x".



Resolución:



$\triangle ARO \cong \triangle OTI$ (A.L.A.)

Es decir: ($\alpha - \bullet - \beta$).

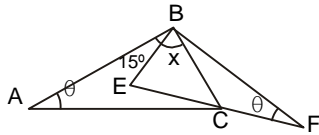
Entonces: $AR = TO = k$ y $RO = TI = 2k$.

Finalmente en el $\triangle TRH$,

notable: $x = 15^\circ$ \triangle

Resolviendo en clase

- 1 En la figura, los triángulos ABC y EBF son congruentes. Calcular «x»



Resolución:

- 3 En un triángulo equilátero ABC, se ubican los puntos M, N y L en AB, BC y AC respectivamente, de modo que:

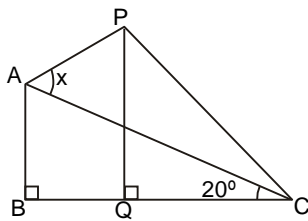
$$MB = NC = LA \text{ y } MN = 6$$

Calcule la distancia de L hacia MN

Resolución:

Rpta:

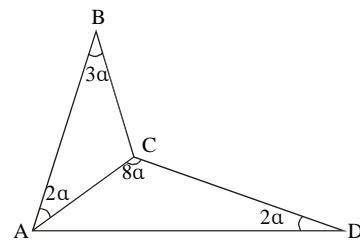
- 2 En la figura, los triángulos ABC y PQC son congruentes. Calcular «x»



Resolución:

Rpta:

- 4 En la figura, $AB = CD$, siendo $AC = 4$. Calcule AD.

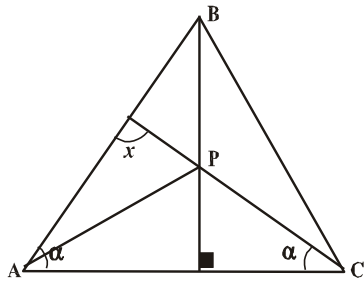


Resolución:

Rpta:

Rpta:

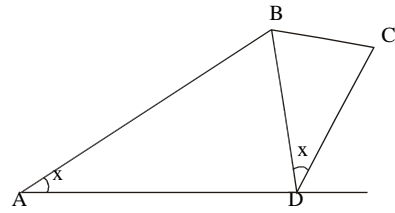
- 5 En la figura, $AP = BC$. Calcule x



Resolución:

Rpta:

- 6 En la figura, $BD = DC$ y la distancia de C hacia \overline{AD} es la mitad de AD, calcule x



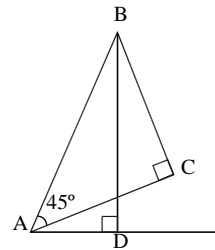
Resolución:

Rpta:

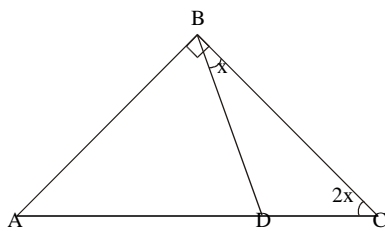
Ahora en tu cuaderno

7. En un triángulo equilátero ABC las cevianas interiores BQ y CP se intersecan en R, siendo $AP + AQ = BC$, calcule la $m\angle PRQ$

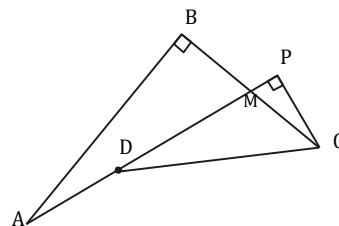
9. Según el gráfico $BD - AD = 6$. Calcule la distancia de C hacia \overline{BD} .



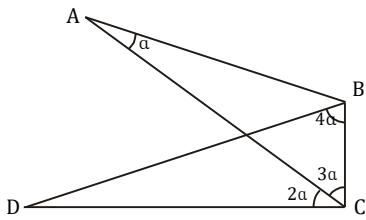
8. En la figura, $AD = BC$, calcule x



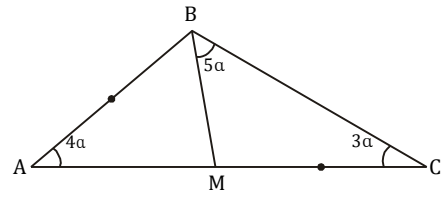
10. En la siguiente figura, calcule MP si: $AD = 16$, $BM = MC$ y $m\angle BAD = m\angle PDC$.



11. En la figura, calcule α si: $AC = CD$.

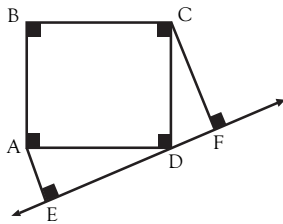


12. En el gráfico calcule α , si: $AB = MC$.



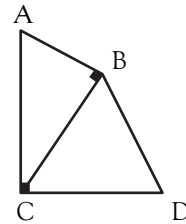
Para reforzar

1. Calcule EF si ABCD es un cuadrado y además $AE = 4$ y $CF = 5$.



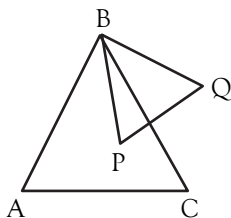
- a) 7 b) 11 c) 9
d) 8 e) 10

3. Si $AC = CD$, $AB = 1$ y $BC = 4$, calcule BD.



- a) 4 b) 5 c) 6
d) 2 e) 3

2. En el gráfico, los triángulos ABC y PBQ son equiláteros, y además $AP = 16$. Calcule QC.

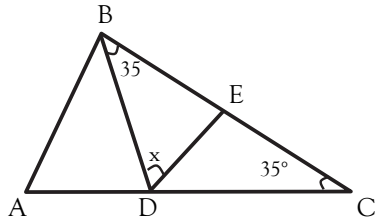


- a) 16 b) 12 c) 10
d) 8 e) 4

4. Se tiene el triángulo equilátero ABC; exteriormente al lado \overline{BC} se ubica el punto "E"; interiormente se ubica el punto "D" tal que el triángulo CDE es equilátero. Calcule la $m\angle DEB$, si $m\angle ADC = 100^\circ$

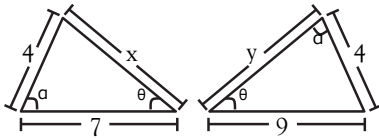
- a) 30°
b) 40°
c) 50°
d) 60°
e) 45°

5. Calcule "x" si $AD = DE$ y $AB = EC$.



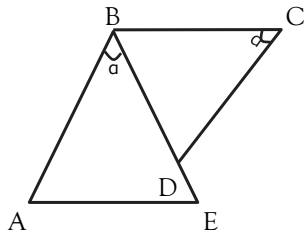
- a) 40° b) 45° c) 70°
 d) 35° e) 30°

6. Según los gráficos mostrados, calcule $x + y$.



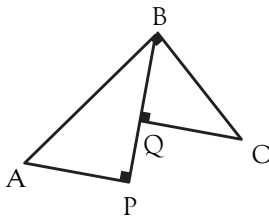
- a) 15 b) 18 c) 19
 d) 12 e) 16

7. Calcule \overline{AE} , si $\overline{BD} = 4$, $DE = 1$, $BC = 5$ y $BC \parallel AE$.



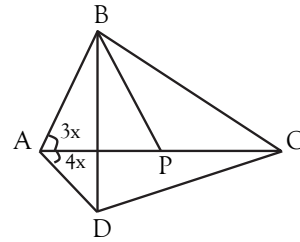
- a) 3 b) 4 c) 5
 d) 2 e) 1

8. Si $AB = BC$ y $CQ - AP = 8$, calcule PQ.



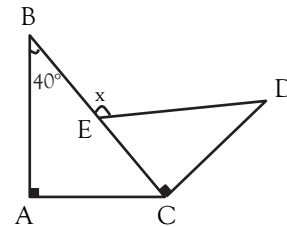
- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 7 e) 8

9. Si $AB = BP$, $AD = PC$ y $m\angle BCD = m\angle BDC$, calcule "x".



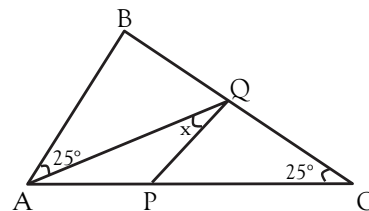
- a) 15° b) 16° c) 17°
 d) 18° e) 20°

10. Si $AB = EC$ y $AC = CD$, calcule "x".



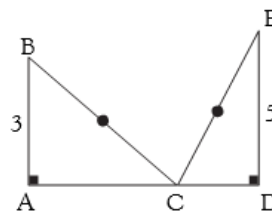
- a) 150° b) 130° c) 140°
 d) 120° e) 135°

11. Si $AB = QC$ y $AQ = PC$, calcule "x".



- a) 25° b) 20° c) 30°
 d) 35° e) 40°

12. Si $AB=3$ y $ED=5$, calcule AD.



- a) 6 b) 7 c) 8
 d) 9 e) 4

D