

PROBABILIDADES

SURGIÓ POR LOS JUEGOS DE AZAR

El nacimiento de las probabilidades lo encontramos en el interés demostrado por los matemáticos en las probabilidades que tenían de ganar en sus juegos de azar, en los dados, los naipes, etc.

El primero que se ocupó de esta cuestión analizando el juego de dados, fue TARTAGLIA (1500 - 1557).

Pero la forma que tiene actualmente el cálculo de probabilidades nació a mediados del siglo XVII, cuando el francés De Meré consultó sobre el problema de cómo debían repartirse las apuestas de una partida de dados que debió suspenderse.

Blas Pascal (francés 1623 - 1662) conjuntamente con Pierre de Fermat (francés), aficionado a las cuestiones matemáticas (1601 - 1665), arribaron a conclusiones que dieron nacimiento al cálculo de probabilidades.

Experimento Aleatorio

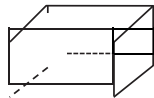
Es toda prueba o ensayo cuyo resultado no se puede predecir con seguridad antes de realizarlo.

Ejemplos:

- * Lanzar un dado.



- * Extraer una bola de una caja.



Espacio Muestral (Ω)

Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Ejemplo :

- * Al lanzar un dado.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Evento

Se llama evento a cualquier subconjunto del espacio muestral.

Ejemplo :

- * Al lanzar un dado..

Entonces el evento "A" será, tal que: A: Resulta un número par.

$$A = \{2; 4; 6\}$$

1. DEFINICIÓN DE PROBABILIDAD (DEFINICIÓN CLÁSICA)

"Cuando un experimento aleatorio es simétrico, es decir, en un número muy grande de pruebas, los distintos sucesos ocurren con igual frecuencia o todos los eventos son **equiprobables**, la **probabilidad** de un suceso se obtiene dividiendo el número de casos favorables al suceso entre el número de casos posibles del experimento".

Luego, si "A" es un evento de un espacio muestral (Ω), entonces la probabilidad de ocurrencia de A se denota por $P(A)$ y está dado por:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables al evento A}}{\text{Número total de casos posibles (resultado posibles) en } \Omega}$$
$$= \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Esta definición, debida a Laplace, sólo es aplicable a los experimentos aleatorios dotados de simetría y, por lo tanto, tiene un alcance de aplicaciones muy restringido.

Ejemplo 1:

Determina la probabilidad de que, al lanzar un dado, el resultado sea un número impar.

Resolución:

- * Experimento aleatorio (ϵ): Lanzamiento de un dado normal

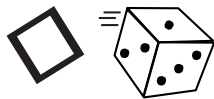
* **Espacio muestral (Ω):**

$$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}; n(\Omega) = 6$$

* **Evento (A):**

El resultado es impar:

$$A = \{1; 3; 5\} \quad n(A) = 3$$



$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} < > \frac{1}{2}$$

Demos ahora una definición, que de alguna manera ya habíamos adelantado cuando hablamos del dado trucado y cuando extraíamos al azar bolitas de una urna.

Ejemplo 2:

Halla la probabilidad de obtener 10, como mínimo, en una sola tirada con dos dados.

Resolución:

El número de casos posibles en que dos dados pueden caer es:

$$6 \times 6 = 36$$

* Diez puede sacarse de 3 maneras:

(4; 6), (5; 5), (6; 4)

Luego, la probabilidad "P" de sacar 10 es:

$$P_1 = \frac{3}{36}$$

* Once pueden sacarse de 2 maneras:

(5; 6), (6; 5)

Luego, la probabilidad "P" de obtener 11 es:

$$P_2 = \frac{2}{36}$$

* Doce puede sacarse de 1 manera: (6; 6)

Luego, la probabilidad "P" de obtener 12 es:

$$P_3 = \frac{1}{36}$$

Ahora, la probabilidad de sacar un número no menor de 10, es la suma de esas probabilidades parciales.

Luego: $P = P_1 + P_2 + P_3$

$$P = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} \text{ ó } \frac{1}{6}$$

Ejemplo 5:

Se tiene una baraja de 52 cartas y de ella se extrae una al azar. Halla la probabilidad de que la carta extraída.

- Sea un 7 de espadas.
- Sea un "as".
- Sea una figura negra.
- Representa su valor con una letra.

Resolución:

a. En la baraja sólo existe un 7 de espadas, luego su probabilidad P será: $P = \frac{1}{52}$

b. En la baraja existen 4 ases, luego la probabilidad es

$$\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

c. Las figuras negras son 13 espadas y 13 tréboles; entonces la probabilidad que la carta extraída sea negra es:

$$\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$$

d. Las cartas que presentan su valor con una letra son el once "J", doce "Q", trece "K" y el as "A"; como cada uno tiene cuatro cartas, en total hay 16; luego la probabilidad es:

$$\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

Ejemplo 6:

De una baraja de 52 cartas se sacan tres naipes. Determina la probabilidad de que todos sean ases.

Resolución:

Como se van a extraer tres cartas de 52 en total, tendremos como casos posibles:

$$C_3^{52} = \frac{52!}{49! \times 3!} = \frac{50 \times 51 \times 52}{6} = 22100$$

y como la baraja tiene cuatro ases de los cuales se extraen 3, tenemos como favorables:

$$C_3^4 = \frac{4!}{1! \times 3!} = 4$$

Por lo tanto, la probabilidad "p" de sacar tres ases en 3 extracciones de 52 cartas es:

$$P = \frac{4}{22100} = \frac{1}{5525}$$

Propiedades:

Si A es un evento definido en Ω , entonces:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Si $P(A) = 0 \Rightarrow A = \emptyset$
A es un evento imposible.

Si $P(A) = 1 \Rightarrow A = \Omega$
A es un evento seguro.

ACTIVIDADES

1 ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma menos que 6?

Resolución:

Rpta:

3 Sin mirar se oprime una de las 27 letras de una máquina. Halla la probabilidad de que sea una vocal.

Resolución:

Rpta:

2 ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma de 7 u 11?

Resolución:

Rpta:

4 Si extraemos al azar dos cartas, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean tréboles?(Considera que no se devuelven las cartas)

Resolución:

Rpta:

5 Una caja contiene 12 cartas rojas, 6 blancas y 8 negras. Si se saca una sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que la carta sea roja?

Resolución:

Rpta:

6 Una caja contiene 4 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Si se extrae al azar una de ellas, halla la probabilidad de que la bola extraída no sea azul.

Resolución:

Rpta:

ACTIVIDADES

7. En un salón hay 40 alumnos de los cuales 15 son varones. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger 5 alumnos, estos resulten varones?

8. Se lanza tres monedas corrientes. Si aparecen dos caras y un sello, determina la probabilidad de que aparezca una cara exactamente.

9. Al lanzar un dado legal al aire, ¿cuál es la probabilidad de no obtener un número cuya raíz cuadrada sea exacta?

10. Se extrae una bolilla y se devuelve a su lugar, luego se saca otra bolilla. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera vez se saque una bolilla blanca y la segunda vez se saque una bolilla verde?

11. Se lanza un par de dados. Halla la probabilidad de que la suma de sus números sea 10 o mayor si: i) Aparece un 5 en el primer dado.
ii) Aparece, por lo menos, un 5 en uno de los dados.

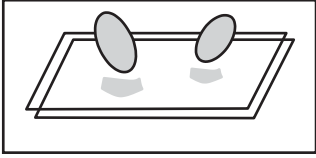
12. En una caja se dispone de 18 bolas numeradas del 1 al 18. Si se extrae dos bolas al azar, una por una y sin reposición.

I. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números primos?

II. ¿Cuál es la probabilidad de obtener dos números impares?

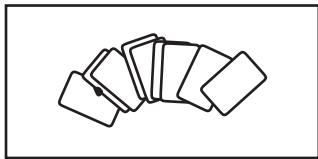
ACTIVIDADES

Carlitos lanza 2 monedas, una por una.



- ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 2 caras?
a) $1/2$ b) $3/4$ c) $1/4$
d) $2/3$ e) $1/3$
- ¿Cuál es la probabilidad de que salga primero cara y luego sello?
a) $1/4$ b) $1/3$ c) $1/2$
d) $2/3$ e) $3/4$

Se tiene una baraja de 52 cartas.

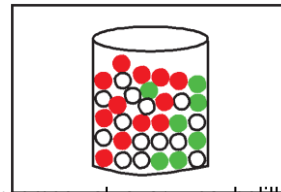


- Si se extrae una carta, ¿cuál es la probabilidad de que la carta extraída sea una "J"?
a) $5/26$ b) $3/52$ c) $1/13$
d) $2/13$ e) $3/13$
- Si extraemos una carta, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número impar?
a) $1/13$ b) $2/13$ c) $7/13$
d) $4/13$ e) $6/13$
- ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado resulte 2 ó 3?
a) $1/6$ b) $5/6$ c) $1/36$
d) $1/3$ e) $1/4$
- En un ómnibus viajan 15 varones, 18 damas y 20 niños. ¿Cuál es la probabilidad de que el primero en bajar sea un niño?
a) $15/53$ b) $18/53$ c) $20/53$
d) $38/53$ e) $35/53$

7. Se lanza un dado. Si el número es impar, cuál es la probabilidad de que sea primo.

- a) $1/6$ b) $1/2$ c) $1/3$
d) $2/3$ e) $1/4$
- Si se lanza 2 dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener 7 puntos?
a) $1/2$ b) $5/36$ c) $1/9$
d) $1/6$ e) $7/6$
 - Si extraemos al azar tres bolas, ¿cuál es la probabilidad de que dos sean blancas y una negra? (sin reposición)
a) $2/11$ b) $2/15$ c) $2/33$
d) $2/17$ e) $20/33$

Una urna contiene 12 bolillas rojas, 14 blancas y 6 verdes.



- Si extraemos al azar una bolilla, ¿cuál es la probabilidad de que sea verde o roja?
a) $1/6$ b) $1/3$ c) $9/16$
d) $9/16$ e) $5/36$
- Se tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. ¿Cuál es la probabilidad de que al escoger dos bolas al azar, una por una y sin reposición, éstas sumen 19?
a) $1/45$ b) $2/45$ c) $2/37$
d) $3/37$ e) $1/10$
- A una señora le diagnosticaron que tendría trillizos. ¿Cuál es la probabilidad de que el día del parto nazcan 3 varones?
a) $1/6$ b) $1/8$ c) $1/12$
d) $1/4$ e) $1/3$