



# Aritmética

## PORCENTAJES Y APLICACIONES COMERCIALES

### REGLA DEL TANTO POR CUANTO

Si una cantidad se divide en "b" partes iguales y se toman "a" partes, entonces se dice que estamos tomando el "a" por "b" de dicha cantidad.

Es decir:

$$\text{"a" por "b" de N} = \frac{a}{b} (N)$$

#### Ejemplos :

1. El 4 por 9 de 3 600 es:

$$\frac{4}{9} (3\ 600) = 1\ 600$$

2. El 7 por 12 de 420 es:

$$\frac{7}{12} (420) = 245$$

3. El 8 por 15 de 135 es:

$$\frac{8}{15} (135) = 72$$

### REGLA DEL TANTO POR CIENTO

Si una cantidad se divide en 100 partes iguales, cada parte representa 1/100 del total, al cual llamaremos "el 1 por ciento" y se denotará por 1%.

Es decir:

$$\text{"a" por "ciento"} \leftrightarrow a\% \leftrightarrow \frac{a}{100}$$

#### Ejemplos :

1. El 12% de 4 500 es:  $\frac{12}{100} (4\ 500) = 540$

2. El 25% de 320 es:  $\frac{25}{100} (320) = 80$

### A. Porcentaje

Es el resultado de aplicar el tanto por ciento (%) a una cantidad.

#### Ejemplo :

$$\underbrace{45\%}_{\text{tanto por}} (120) = \underbrace{54}_{\text{porcentaje}}$$

### B. Tanto por cientos notables y su equivalencia como fracción

$$- 50\% \leftrightarrow \frac{50}{100} \leftrightarrow \frac{1}{2} \text{ del total}$$

$$- 25\% \leftrightarrow \frac{25}{100} \leftrightarrow \frac{1}{4} \text{ del total}$$

$$- 75\% \leftrightarrow \frac{75}{100} \leftrightarrow \frac{3}{4} \text{ del total}$$

$$- 10\% \leftrightarrow \frac{10}{100} \leftrightarrow \frac{1}{10} \text{ del total}$$

$$- 20\% \leftrightarrow \frac{20}{100} \leftrightarrow \frac{1}{5} \text{ el total}$$

### C. Operaciones con porcentajes

**Adición**  $a\%N + b\%N = (a+b)\%N$

#### Ejemplos :

$$* 18\%N + b\% N = 52\%N$$

$$* N + 20\% N = 120\%N$$

$$\hookrightarrow 100\%N$$

**Sustracción**  $a\%N - b\%N = (a - b)\%N$

#### Ejemplos :

$$73\%N - 41\% N = 32\%N$$

$$29\%N - 15\% N = 14\%N$$

$$N - 37\% N = 63\%N$$

$$\hookrightarrow 100\%N$$

**Multiplicación**  $a \times (b \% N) = (a \times b) \% N$

**Ejemplos :**  
 $4(20 \% N) = 80 \% N$   
 $3(45 \% N) = 135 \% N$   
 $8,5(24 \% N) = 204 \% N$

1) En un salón de clases el 40% son hombres y las mujeres son 21. ¿Cuántos alumnos hay en el salón?

**Resolución:**

Como el 40% son hombres, entonces el tanto por ciento de mujeres será:

$$100 \% - 40 \% = 60\%$$

Luego, si "N" es el número total de alumnos podemos escribir:

$$60 \% N = 21$$

$$\frac{60}{100} N = 21 \rightarrow N = 35$$

∴ Son 35 alumnos en el salón.

2) Una lavadora cuesta \$300 y se le hace dos descuentos sucesivos del 20% y 10%. ¿Cuánto se pagará por el artefacto?

**Resolución:**

- Primero me descuentan 20%, entonces sólo pagaremos:

$$80\% (\$300) = \$240$$

- Luego me hacen otro descuento del 10%, entonces sólo pagaremos:

$$90\% (\$240) = \$216$$

∴ Se pagó \$216.

**RELACIÓN: PARTE - TODO**

Si queremos averiguar qué tanto por ciento es la "parte" del "todo" se plantea:

$$\left( \frac{\text{parte}}{\text{todo}} \times 100 \right) \%$$

**Ejemplos :**

1. ¿Qué tanto por ciento de 60 es 12?

$$\begin{aligned} \text{parte} &\rightarrow \frac{12}{60} \times 100 = 20 \% \\ \text{todo} &\rightarrow 60 \end{aligned}$$

2. ¿Qué tanto por ciento de 2 400 es 300?

$$\begin{aligned} \text{parte} &\rightarrow \frac{300}{2400} \times 100 = 12,5 \% \\ \text{todo} &\rightarrow 2400 \end{aligned}$$

**Ejercicios Resueltos**

1) Tres descuentos sucesivos del 20%, 30% y 40% equivale a un descuento único de:

**Resolución:**

Inicio: 100%

Final:  $80\% \times 70\% \times 60\% \times (100\%)$

$$= \frac{80}{100} \times \frac{70}{100} \times \frac{60}{100} \times (100\%)$$

$$= 33,6 \%$$

$$\Rightarrow Du = 100\% - 33,6\%$$

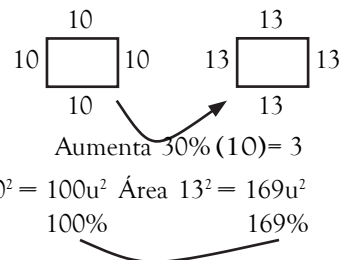
$$Du = 66,4 \%$$

**Rpta.: 66,4%**

2) ¿En qué porcentaje aumenta el área de un cuadrado cuando su lado aumenta en 30%?

**Resolución:**

Asumiendo que el lado del cuadrado sea 10.



**Rpta.: El área aumenta 69%**

3) Si el área de un cuadrado disminuye en 36%, ¿en qué porcentaje a disminuido su lado?

**Resolución:**

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| Inicio           | Final             |
| Lado= 100        | Lado: $6400 = 80$ |
| Área= $10000u^2$ | Área= $64\%10000$ |
|                  | $= 6400u^2$       |

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{El lado disminuye } 100 - 80 \\ = 20\% \end{aligned}$$

**Rpta.: 20%**

## APLICACIONES COMERCIALES

En las operaciones comerciales se suele expresar las ganancias o pérdidas como un tanto por ciento del costo o de la venta, por eso encontramos expresiones como:

- Gané el 30% del costo.
- Gané el 20% del precio de venta.
- Perdí el 15% del costo.

También encontramos las aplicaciones del tanto por ciento a los impuestos, por ejemplo todo trabajador independiente debe pagar el 10% de sus ingresos como impuesto, también toda persona que efectúa una compra paga el 18% de recargo del precio fijado, denominándose a esto el I.G.V. (Impuesto General a las Ventas) y así tendríamos muchos ejemplos de la vida diaria donde el tanto por ciento tiene aplicaciones comerciales.

### Precio de venta (Pv)

Al realizar la venta de un artículo, al precio de costo se le recarga una cantidad a la que denominamos ganancia o utilidad. Tendremos entonces:

$$Pv = Pc + G$$

Donde: Pv : Precio de venta  
Pc : Precio de costo  
G : ganancias

Nota: La ganancia puede expresarse de varias maneras, generalmente es un tanto por ciento del precio de costo. En algunos casos se puede expresar como un tanto por ciento del precio de venta o alguna variante.

En esta primera fórmula debe entenderse que es la que aplica la persona (comerciante) que realiza la venta. Si usted llega a una tienda donde el precio de venta de un televisor es \$240, éste será el precio de venta del comerciante y sólo él sabe cuál ha sido el precio de costo, el cliente nunca tendrá esta información.

### Precio fijado (Pf)

Es el precio fijado para la venta por el comerciante, al cual se le va a realizar un descuento, para finalmente obtener el precio de venta. Es decir:

$$Pf - \text{descuento} = Pv$$

### Precio de lista (PL)

Si un cliente llega a una tienda donde se anuncia que los precios van a tener un descuento por aniversario, entonces los precios que encuentra se denominan precio de lista menos el descuento y obtendrá el precio de compra del cliente. Es decir:

$$PL - \text{descuento} = Pc$$

Como puede deducirse de estas dos relaciones, el precio fijado coincide con el precio de lista.

### Pérdida (P)

Si al realizar una venta se realiza a menor precio que el costo, entonces se origina una pérdida (P), que al restarse del precio de costo nos dará el precio de venta.

$$Pv = Pc - P$$

Donde: Pv : Precio de venta  
Pc : Precio de costo  
P : pérdida

## Ejercicios Resueltos

- 1) El precio de una calculadora es \$40. Si se vende ganando el 10% del costo más el 20% del precio de venta, ¿cuál es su precio de venta?

### Resolución:

Podemos notar que la ganancia viene dada por la suma de dos cantidades, para lo cual planteamos:

$$Pv = ?; Pc = \$40$$

$$G = 10\% Pc + 20\% Pv$$

$$Pv = Pc + G$$

$$Pv = Pc + 10\% Pc + 20\% Pv$$

$$80\% Pv = 110\% Pc$$

$$\frac{80}{100} Pv = \frac{110}{100} Pc \rightarrow Pv = \frac{110}{80} Pc$$

Reemplazando:

$$Pv = \frac{110}{80} (40) \therefore Pv = \$55$$

El precio de venta es \$55.

Rpta.: \$55

- 2) Dos bicicletas fueron vendidas en \$150 cada una, en la primera se ganó el 25% y en la segunda se perdió el 25% del costo. ¿Cuánto se ganó o perdió en esta transacción?

### Resolución:

Vamos a determinar el precio de costo de cada bicicleta, observa bien:

Primera bicicleta:

$$Pv_1 = Pc_1 + G$$

$$150 = Pc_1 + 25\% Pc_1$$

$$150 = 125\% Pc_1$$

$$Pc_1 = \$120 \dots (1)$$

Segunda bicicleta:

$$\begin{aligned}Pv_2 &= Pc_2 - P \\150 &= Pc_2 + 25\% Pc_2 \\150 &= 75\% Pc_2 \\Pc_2 &= \$200 \dots (2)\end{aligned}$$

Si sumamos (1) y (2) obtendremos el precio de costo de ambas bicicletas que será:

$$\$120 + \$200 = \$320$$

Ahora, si sumamos los dos precios de venta se obtiene:

$$\$150 + \$150 = \$300$$

Luego podemos darnos cuenta que el costo es mayor que la venta, por lo tanto hay una pérdida de:

$$\$320 - \$300 = \$20$$

**Rpta.: Se perdió \$20.**

- 3) Al vender una refrigeradora en \$600 estoy perdiendo el 20%. ¿A cuánto debo venderla para ganar el 20%?

- a) \$900                      d) \$1200  
b) \$1000                    e) \$1800  
c) \$1050

**Resolución:**

Datos

$$Pv = \$600$$

$$\text{Pérdida} = 20\%Pc$$

Entonces:

$$Pv = Pc - \text{Pérdida}$$

Reemplazando:  $600 = Pc - 20\% Pc$

$$600 = 80\% Pc$$

$$600 = \frac{4}{5} x Pc$$

despejando:  $Pc = \$750$

Luego:

Piden Ganancia 20% Pc

$$\Rightarrow \text{Ganancia: } 20\% (750)$$

$$= \frac{1}{5}(750)$$

$$= \$150$$

Lo debe vender en:

$$Pv = Pc + G$$

$$Pv = 750 + 150$$

$$Pv = 900$$

**Rpta.: \$900**

- 4) El costo de una bicicleta es S/.250. Si la vendí con un descuento del 20% y aun así gané S/.50, ¿de cuánto fue el descuento?

- a) S/.25    b) S/.50    c) S/.75  
d) S/.100    e) S/.125

**Resolución:**

Datos

$$Pc = S/.250$$

$$G = S/.50$$

$$\text{Descuento} = 20\% P_L$$

Entonces:

$$P_L = Pc + G + \text{Descuento}$$

Reemplazando:

$$P_L = 250 + 50 + 20\% P_L$$

$$80\% P_L = 300$$

$$\frac{4}{5} P_L = 300$$

$$P_L = S/.375$$

Luego:

Piden Descuento:  $20\% P_L$

$$\Rightarrow \text{Descuento} = 20\% (375)$$

$$= \frac{1}{5} (375)$$

$$= S/.75$$

**Rpta.: S/.75**

- 5) Se venden dos bicicletas en S/.240 cada uno. Si en la primera se gana el 20% y en la segunda se pierde el 20%, ¿se gana o pierde en toda la venta? ¿cuánto?

**Resolución:**

Venta 1: con ganancia = 20%

$$Pv = Pc + 20\% Pc$$

$$240 = 120\% Pc$$

$$Pc = S/.200$$

Venta 2: con pérdida = 20%

$$Pv = Pc - \text{pérdida}$$

$$240 = Pc' - 20\% Pc'$$

$$Pc' = S/.300$$

Entonces la venta total =  $2(240)$   
 $= 480$

El costo total  $200 + 300 = 500$

$\therefore$  se pierde S/.20

**Rpta.: pierdo S/.20**

## Resolviendo en clase

1 Si el 4 por 15 de un número es 320, halla el 5 por 6 del número.

*Resolución:*

*Rpta:*

2 Si el 35% de un número equivale al 15% del 2 por 5 de 2 100, halla el número.

*Resolución:*

*Rpta:*

3 Un comerciante lleva al mercado 1 200 huevos y al llegar se da cuenta que el 10% estaban rotos. Si ese día sólo vendió el 30% de los buenos, ¿cuántos huevos quedaban para la venta del día siguiente?

*Resolución:*

*Rpta:*

4 El 20% del 40% del 15% de 320. ¿Qué % del 15% de 4 800 representa?

*Resolución:*

*Rpta:*

5 ¿A cuánto equivale 3 descuentos sucesivos del 20%, 20% y 20% de una misma cantidad?

*Resolución:*

6 Un boxeador decide retirarse cuando tenga un 90% de triunfos en su carrera. Si ha boxeado 100 veces, y ha obtenido 85 triunfos, ¿cuál es el número mínimo de peleas adicionales necesarias para que el boxeador se pueda retirar?

*Resolución:*

*Rpta:*

*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Se venden dos filmadoras en \$720 cada una. En una de ellas se gana el 20% del costo y en la otra se pierde el 20%. ¿Cuánto se ganó o perdió en esta venta?

8. Un objeto costó S/.2 400. ¿Qué precio se fijó para su venta al público, sabiendo que si al venderlo se hacen dos descuentos sucesivos del 10% y 20%, y todavía se gana el 20% del costo?

9. A un artículo cuyo precio de lista es el doble del costo se le hace una rebaja del 25%, ¿cuál es el porcentaje de utilidad con respecto al costo?

10. Sobre el precio de lista de un artículo se hace un descuento del 20% de tal manera que se obtiene una utilidad equivalente al 30% del costo. Si no se hiciera este descuento, ¿qué porcentaje del costo se habría ganado?

11. Si Carol Sofía vendieran su computadora en \$1950 ganaría el 30% del costo. ¿A cómo debe venderla para ganar el 40% del costo?

12. Indica el precio de costo en cada caso.

I.  $P_v = S/.7\ 800$                       II.  $P_v = S/.4\ 500$

$G = S/.1\ 500$                               P = S/.1 500

III.  $G = S/.800$

$D = S/.200$

$P_f = S/.8\ 000$

¿Cuál es el mayor?

- a) Sólo I                      b) I y III                      c) Sólo II  
d) Sólo III                      e) Son iguales

## Para reforzar

- Halla el 7 por 12 de 9 600.  
a) 3 600      b) 2 000      c) 5 600  
d) 5 200      e) 4 800
- Si a un número se le disminuye su 2 por 25 se obtendría 552. Halla el 25% del número.  
a) 120      b) 150      c) 180  
d) 190      e) 240
- En un fábrica se han producido 2 000 chocolates, el 60% de ellos han sido fabricados por la máquina "A" y el resto por la maquina "B". Si se sabe que el 3% de lo fabricado por "A" son defectuosos y de "B" es el 5%, ¿cuántos chocolates en total son defectuosos?  
a) 72      b) 75      c) 78  
d) 84      e) 76
- ¿Cuál es el número que multiplicado por sí mismo y disminuido en la unidad es igual al 12% del 4 por 5 del 15% de 4375?  
a) 7      b) 8      c) 9 d)  
12      e) 15
- Dos descuentos sucesivos del 30% y 40% equivalen a un único descuento de:  
a) 70%      b) 68%      c) 62%  
d) 60%      e) 58%
- Cada dos años aumenta el alquiler de una residencia en 10%. Si al comienzo del quinto año debe pagarse S/.3630, ¿cuál fue el alquiler inicial?  
a) S/.2 800      b) S/.3 100      c) S/.2 900  
d) S/.3 200      e) S/.3 000
- Al precio de costo de un artículo se le recarga el 25%. ¿Cuál es el mayor tanto por ciento de rebaja que puede hacerse sobre este precio para no perder?  
a) 15%      b) 17%      c) 25%  
d) 20%      e) 18%
- Pedro tiene una casa que vale \$100 000 y se la vende a Juan con una ganancia del 10%. Juan revende la casa a Pedro con una pérdida del 10%, siendo así:  
a) Pedro no gana nada b)  
Pedro gana \$11 000 c)  
Pedro pierde \$9 000 d)  
Pedro gana \$10 000 e)  
Pedro pierde \$10 000
- Para fijar el precio de venta de un artículo se aumenta su costo en 40% y al momento de venderlo se hace una rebaja del 10% del precio fijado. ¿Qué tanto por ciento del precio de costo se gana finalmente?  
a) 30%      b) 20%      c) 24%  
d) 25%      e) 26%
- A un artículo cuyo precio de lista es el 180% del costo, se le hace una rebaja del 25%. ¿Cuál es el porcentaje de utilidad con respecto al costo?  
a) 25%      b) 50%      c) 35%  
d) 22,5%      e) 40%
- Se compra una motocicleta en \$500. Si se quiere ganar la mitad del costo, ¿a cómo debemos venderla?  
a) \$250      b) \$500      c) \$750  
d) \$1 000      e) \$800
- Indica en qué caso el precio de venta es mayor.  
I.  $P_c = S/.7 528$       II.  $P_c = S/.8 950$   
G = S/.672      P = S/.2 000  
III.  $P_f = S/.7 290$   
D = S/.380  
a) Sólo I      b) II y III      c) Sólo II  
d) Sólo III      e) Son iguales