



Álgebra

POLINOMIOS Y VALOR NUMERICO



A un herrero le trajeron cinco cadenas de tres eslabones cada una, y le encargaron que las uniera formando una sola cadena. Antes de comenzar el trabajo, el herrero se dio a pensar cuántos eslabones tendría que abrir y volver a soldar.

Llegó a la conclusión de que tendría que abrir y soldar cuatro eslabones.

¿No sería posible realizar este trabajo abriendo menos eslabones?

Uno de los símbolos más conocidos en el mundo de las

matemáticas es:

$$> \text{ o } < ; \text{ también } \geq \text{ o } \leq$$

Estos símbolos permiten determinar que una cantidad es mayor o menor que otra. Por ejemplo, tenemos:

$$5 > 3 ; 1/2 < 4 ; 2 > -1$$

Así, podemos hablar entonces de una RELACIÓN DE ORDEN.

Se ha establecido que dicha relación de orden puede ser aplicada a todo par de números reales, y esto lo puedes comprobar si tomas dos números reales diferentes cualquiera. Siempre verás que uno es mayor que otro. Observa :

* Si tomamos 2 y $1/2$, entonces:
 $2 > 1/2$

* Si tomamos -4 y $-\pi$, entonces:

Lamentablemente las relaciones de orden no pueden ser aplicadas a toda entidad matemática. Así, por ejemplo, si tenemos los polinomios:

$$P(x) = 5x^2 - 3x + 7$$

$$Q(x) = 8x^3 + 1$$

No se puede afirmar que:

$$P(x) > Q(x) \text{ o } Q(x) > P(x)$$

Sin embargo, para salvar este problema se define, en lo que a polinomios se refiere, el grado absoluto (G.A.), y entonces podríamos hablar de "cierta relación de orden".

Si tenemos el polinomio:

$$P(x) = 5x^2 - 3x + 7, \text{ tendremos que:}$$

$$G.A.(P(x)) = 2 \text{ (mayor exponente)}$$

Si tenemos el polinomio:

$$Q(x) = 8x^3 + 1, \text{ tendremos que:}$$

$$G.A.(Q(x)) = 3 \text{ (mayor exponente)}$$

Luego, podemos afirmar que:

$$[G.A.(P(x))] < [G.A.(Q(x))]$$

Polinomio

Es la reunión de dos o más monomios mediante sumas y restas.

Ejemplo:

$$P(x, y) = 5x^5y^4 - 9x^2y^7 + 7x^8z^{1/2}$$

Grados

1. GRADO ABSOLUTO (G.A)

Es el mayor de los G.A. de los monomios que conforman al polinomio.

Ejemplo: Halla el G.A. del polinomio:

$$P(x, y) = \underbrace{7x^4y^3}_{GA=7} - \underbrace{1/2x^2y^7}_{GA=9} + \underbrace{\sqrt{5}xy^5}_{GA=6}$$

Como se observa, el mayor G.A. es 9.

$$\Rightarrow G.A.(P(x)) = 9$$

2. GRADO RELATIVO (G.R)

Es el mayor de los G.R. de los monomios que conforman al polinomio.

Ejemplo: Halla el G.R.(y) del polinomio:

$$P(x, y) = \underbrace{7x^4y^3}_{GRy=3} - \underbrace{1/2x^2y^7}_{GRy=7} + \underbrace{\sqrt{5}xy^5}_{GRy=5}$$

El mayor de todos los G.R.(y) es 7.

$$\Rightarrow \text{Luego } G.R.y(P(x, y)) = 7$$

Valor Numérico

Se reemplaza las variables del polinomio, por números indicados.

Ejemplo:

Dado el polinomio:

$$P(x, y) = 7x^4y^3 - 1/2x^2y^7 + \sqrt{5}xy^5$$

Halla el V.N. si $x = 0$, $y = 1$.

Si reemplazamos tenemos:

$$P(0, 1) = 7 \cdot 0^4 \cdot 1^3 - 1/2 \cdot 0^2 \cdot 1^7 + \sqrt{5} \cdot 0 \cdot 1^5$$

$$P(0, 1) = 0 - 0 + 0$$

$$P(0, 1) = 0$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Halla el grado absoluto de:

$$P(x, y) = 3x^6y^2 + 2x^5y^3 - 8x^4y^2 + 9y^9 - 7x^2y^2$$

Resolución:

Primero hallemos el grado absoluto de cada monomio:

$$P(x, y) = \underbrace{3x^6y^2}_{GA=8} + \underbrace{2x^5y^3}_{GA=8} - \underbrace{8x^4y^2}_{GA=6} + \underbrace{9y^9}_{GA=9} - \underbrace{7x^2y^2}_{GA=4}$$

Como se observa el mayor GA es 9.

$$\text{Entonces: } GA(P) = \underline{9} \downarrow$$

2. En el polinomio:

$$P(x, y) = 4x^my^7 + 5x^2y^m,$$

halla GA(P) si GR(x) = 10.

Resolución:

Si GR(x) = 10, entonces $m = 10$. Luego:

$$P(x, y) = \underbrace{4x^{10}y^7}_{GA=17} + \underbrace{5x^2y^{10}}_{GA=12}$$

por lo tanto:

$$GA(P) = \underline{17} \downarrow$$

3. Si el grado relativo de "x" es 9 en

$$P(x, y) = 21x^3y^n - 8(xy)^{3n} - x^n y^5,$$

halla el grado relativo de "y".

Resolución:

Si GR(x) = 9, entonces $3n = 9$ luego: $n = 3$
reemplazando en el polinomio:

$$P(x, y) = 21x^3y^3 - 8x^3y^9 - x^3y^5$$

observamos:

$$GR(y) = \underline{9} \downarrow$$

4. Si $P(x, y) = (2x + y)^2 + (2x - y)^2$, calcula $P(-1; -2)$

Resolución:

Reemplazamos los valores numéricos para " $x = -1$ " y " $y = -2$ ".

$$\begin{aligned} P(-1, -2) &= (2(-1) + (-2))^2 + (2(-1) - (-2))^2 \\ &= (-2 - 2)^2 + (-2 + 2)^2 \\ &= (-4)^2 + (0)^2 \\ &= 16 + 0 \\ &= \underline{16} \downarrow \end{aligned}$$

5. Si $W(x) = x + 2$, halla $W(W(3))$

Resolución:

Primero hallamos $W(x)$ para " $x = 3$ ".

$$\begin{aligned} W(3) &= (3) + 2 \\ &= 5 \end{aligned}$$

luego:

$$\begin{aligned} W(W(3)) &= (5) + 2 \\ &= \underline{7} \downarrow \end{aligned}$$

Resolviendo en clase

1 Halla el G.A. en cada caso.

a) $B(x, y) = x^3y^4 + x^2y^6$

b) $D(x, y) = (x^2y^3)^4 + xy^{17}$

Resolución:

3 Indica la suma de coeficientes del polinomio:

$$W(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1$$

Resolución:

Rpta:

2 Halla el grado relativo (G.R.) en cada caso.

$$Q(x, y) = x^4y^6 + xy^6 + y^8$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

$$T(x, y) = xy^2 + xy^6 + x^5y^9$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

Resolución:

Rpta:

Rpta:

4 Si

$$P(x, y) = (2x + y)^2 + (2x - y)^2$$

Calcula $P(-1, -2)$

Resolución:

Rpta:

5 Si $h(x) = 3x + 1$

Calcula $h(-2)$

Resolución:

6 Halla el grado absoluto (G.A.) en cada caso:

$$C(x, y) = x^4y^{71}$$

$$D(x, y) = 5^2x^9y^{11}$$

$$F(x, y) = (x^3)^4 (y^5)^6$$

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Halla el GR(x) y el GR(y) en cada caso:

$$C(x, y) = 4^2y^6x^{11}$$

$$E(x, y) = ((x^4)^3)^5 (y^6)^7$$

8. Halla el GR(x) y el GR(y) en cada caso:

$$Q(x, y) = x^4y^6 + xy^6 + y^8$$

$$T(x, y) = xy^2 + xy^6 + x^5y^9$$

9. Si

$$P(a) = 3a^2 + a + 3, \text{ calcula:}$$

$$E = \frac{P(0) + P(1)}{P(-1)}$$

10. Halla $P(3)$ si se sabe que:

$$P(x) = 3(x+1)(x-1) + (x+1)^2$$

11. Si:

$$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{7}{6},$$

calcula $F(1)$.

12. Si $H(x) = 5x^2 - x + 2$, halla:

$$H(1) + H(2) + H(3)$$

Para reforzar

1. Halla el G.A. en cada caso.

$$A(x, y) = x^7 + y^9$$

$$C(x, y) = x^4y^8 + x^8y^5$$

2. Halla el grado relativo (G.R.) en cada caso.

$$P(x, y) = x^2y^3 + x^4y^6 + y^7$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

$$S(x, y) = 2x^3 + 5y^9$$

$$\text{G.R.}(x) =$$

$$\text{G.R.}(y) =$$

3. Halla la suma de coeficientes de:

$$H(x) = 3x^2 + 5x + 7$$

- a) 8 b) 15 c) 12
d) 13 e) 17

4. Si $g(x) = 2x - 1$, calcula $g(5)$.

- a) 10 b) 9 c) 3
d) 4 e) 5

5. Si $w(x) = x^2 + 2x - 3$, halla $w(2)$.

- a) 4 b) 8 c) 5
d) 11 e) 10

6. Si $f(x) = x^2 + x + 1$, halla $f(3)$.

- a) 9 b) 12 c) 13
d) 14 e) 1

7. Halla el grado absoluto (G.A.) en cada caso:

$$A(x, y) = x^5y^7$$

$$B(x, y) = x^7y^{13}$$

$$E(x, y, z) = a^2b^3x^4y^5z^6$$

8. Halla el GR(x) y el GR(y) en cada caso:

$$A(x, y) = x^9y^6$$

$$B(x, y) = x^{10}y^{12}$$

$$D(x, y) = a^2b^3x^4y^{60}$$

9. Halla el GR(x) y el GR(y) en cada caso:

$$P(x, y) = x^2y^3 + x^4y^6 + y^7$$

$$S(x, y) = 2x^3 + 5y^9$$

10. Señala el término independiente de:

$$W(x) = 5x^3 + 7x^2 - 11x + 13$$

- a) 1 b) 12 c) 14
d) 13 e) 10

11. Si

$$P(x) = 2x^5 - 3x^4 + 2x^3 + 2x - 3, \text{ halla } P(-1).$$

- a) -15 b) -10 c) -5
d) -1 e) -12

12. Si $R(x) = 2x + 5$, halla:

$$R(4) + R(3)$$

- a) 12 b) 24 c) 32
d) 18 e) 46