Triángulo Educativo

Aritmética

4° SECUNDARIA

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Complementación
- Diferencia Simétrica

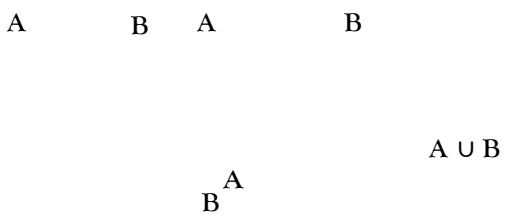
OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

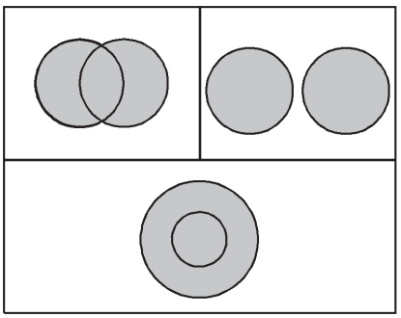
UNIÓN O REUNIÓN (∪)

Dados los conjuntos "A" y "B"; se llama unión o reunión al conjunto formado por los elementos que pertenecen a "A", a "B" o a ambos a la vez.

Notación: $A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$

Gráficamente:





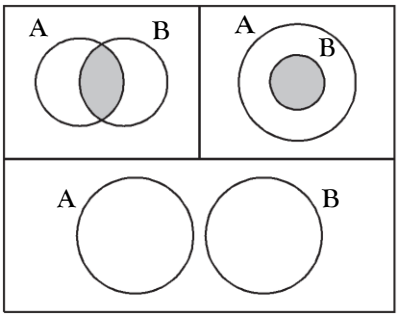
INTERSECCIÓN (∩)

Dados dos conjuntos "A" y "B"; se llama intersección al conjunto formado por los elementos que pertenecen a "A" y a "B" a la vez, es decir, es el conjunto formado por los elementos comunes a "A" y "B".

Notación:

$$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

Gráficamente:



$A \cap B$

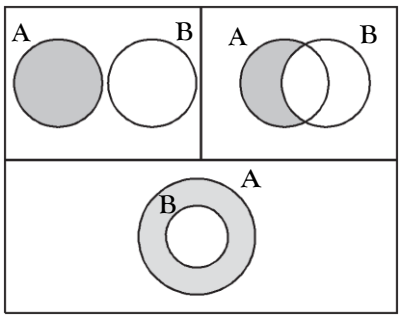
DIFERENCIA (–)

Dados dos conjuntos "A" y "B"; se llama diferencia de "A" y "B" al conjunto formado por todos los elementos de "A" que no pertenecen a "B".

Notación:

$$A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

Gráficamente:



$A - B$

Nota: $A - B \neq B - A$

Propiedades:

$A - A = \emptyset$
$A - \emptyset = A$
$\emptyset - A = \emptyset$

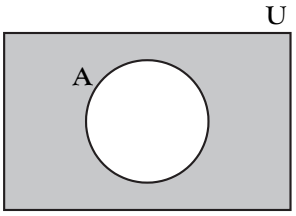
COMPLEMENTO DE UN CONJUTO (A'; A^C)

Dado un conjunto "A" que está incluido en el conjunto universal "U", se denomina complemento del conjunto "A"; a todos los elementos que están fuera de "A" pero dentro del conjunto universal.

Notación:

$$A' = A^C = \{x/x \in U \wedge x \notin A\}$$

Gráficamente:



$A' = A^C$

PROPIEDADES:

$(A')' = A$ $\quad$ $A \cap A' = \emptyset$
$U' = \emptyset$ $\quad$ $A \cup$
$A' = U$ $\emptyset' = U$

DIFERENCIA SIMÉTRICA (Δ)

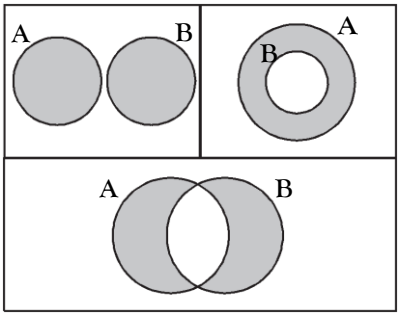
Dados dos conjuntos "A" y "B"; se llama diferencia simétrica al conjunto formado por los elementos que pertenecen a $(A - B)$ o a $(B - A)$.

Notación:

$$A \Delta B = \{x/x \in (A-B) \vee x \in (B-A)\}$$

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$
$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

Gráficamente:



$A \Delta B$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Si $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$
   $A \cap B = \{3; 5; 7\}$

   halla $n(A \Delta B)$.

Resolución

Se sabe:
$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$
$A \Delta B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\} - \{3; 5; 7\}$
$A \Delta B = \{1; 2; 4; 6; 8\}$

Luego: $n(A \Delta B) = 5$

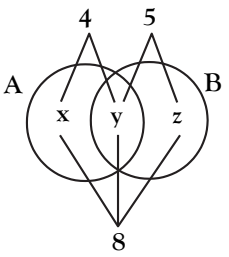
2. Si $n[P(A \cup B)] = 256$
$n[P(B)] = 32$
$n[P(A)] = 16$

halla $n(B \Delta A)$.

Resolución

Si:
$n[P(A \cup B)]=256 \Rightarrow n(A \cup B)= 8$
$n[P(B)]=32 \Rightarrow n(B)= 5$
$n[P(A)]=16 \Rightarrow n(A)= 4$

Luego:



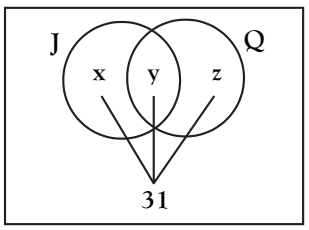
$x + y + z = 8$
$x + y = 4 \quad \Rightarrow \quad z = 4$
$y + z = 5 \quad \Rightarrow \quad x = 3$

Nos piden $n(B \Delta A)$, es decir, las zonas "x" y "z".

$\boxed{x + z = 7}$

3. En el mes de enero Jorge come 20 días pan con jamonada y 15 días pan con queso. ¿Cuántos días en el mes de enero, Jorge come pan con queso y jamonada?

Resolución



U = 31

Luego:
$x + y + z = 31$
$x + y = 20 \Rightarrow z = 11$
$y + z = 15 \Rightarrow x = 16$

Nos piden: Jamón y queso que es la zona "y", entonces:

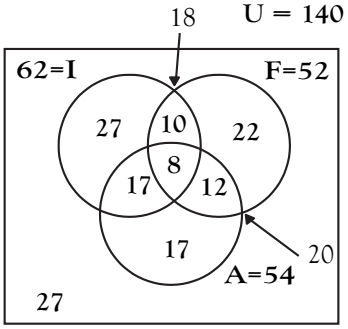
$x + y + z = 31$
$16 + y + 11 = 31$

$\boxed{y = 4}$

4. De 140 alumnos de un centro de idiomas se sabe que:
- 62 estudian inglés.
- 52 estudian francés.
- 54 estudian alemán.
- 18 estudian inglés y francés.
- 20 estudian francés y alemán.
- 17 estudian solo alemán.
- 8 estudian los tres idiomas.

¿Cuántas alumnos estudian otros idiomas?

Resolución



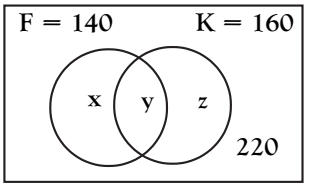
Luego:

$\boxed{140 - 27 - 10 - 8 - 17 - 22 - 12 - 17 = 27}$

5. De 500 alumnos de un colegio se sabe que 140 practican full contact, 160 practican karate y 220 no practican ninguno de estos deportes. ¿Cuántos practican ambos deportes?

Resolución

U = 500



Se sabe: $x+y+z+220 = 500$
$x+y+z = 280$

además: $x+y=140 \Rightarrow z=140$
$y+z = 160 \Rightarrow y = 20$

Luego nos piden ambos deportes (y):

$\boxed{y = 20}$

Resolviendo en clase

1 Se sabe que P tiene 16 subconjuntos; Q tiene 8 subconjuntos y $P \cup Q$ tiene 32 subconjuntos ¿cuantos subconjuntos tendrá $P \cap Q$?

(UNFV 2008)

Resolución:

Rpta:

2 En una ciudad se publican los periódicos A y B, el 58% de la población lee A, el 36% lee B y el 24% lee ambos. ¿Qué porcentaje no leen estos periódicos? (UNMSM 1997)

Resolución:

Rpta:

3 En una encuesta tomada el verano pasado a un grupo de 600 personas se supo que 250 iban a la playa, 220 iban a la piscina, 100 iban a la playa y a la piscina. ¿Cuántos no iban a la playa ni a la piscina?

Resolución:

Rpta:

4 A un grupo de 100 personas se les preguntó si practicaban fútbol y básquet. El resultado fue: 20 no practicaban estos dos deportes, 30 no practicaban fútbol y 60 no practicaban básquet. ¿Cuántos practicaban fútbol y básquet?

Resolución:

Rpta:

5 A una reunión asistieron 90 personas, de las cuales 27 son hombres, 20 son mujeres piuranas y 49 son limeños. ¿Cuántos hombres piuranos asistieron? ¿Cuántas mujeres son limeñas?

(UNFV 2009–I)

Resolución:

Rpta:

6 Si A, B, C fueron conjuntos tales que:

$n(A \cup B)=23$; $n(B - A)=12$ y $n(C - A)=10$, $n(B \cap C)= 6$, $n(A \cap B \cap C)= 4$, Entonces $n(A)$, $n(A \cup C)$ y $n(A \cup B \cup C)$, en ese orden:

(CALLAO 2009)

a) forman una progresión aritmética de razón 8.

b) forman una progresión aritmética de razón 6.

c) forman una progresión aritmética de razón 2.

d) forman una progresión aritmética de razón 10.

e) no forman una progresión aritmética.

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. De un grupo de 277 personas, 100 hablan castellano, 130 inglés y 119 italiano, 80 solo hablan castellano, 60 sólo ingles, 50 sólo italiano, 72 hablan por lo menos 2 idiomas y 15 hablan los tres idiomas. ¿Cuántas personas no hablan ninguno de los tres idiomas?

(CALLAO 2008)

8. Dados A y B contenidos en U y además:
$n(A)=20$; $n(B)=30$; $n(A \cap B)=10$ y $n(U)=45$
Hallar: $n(A \Delta B) + n(A \cap B)'$

9. En una clase de 96 alumnos, 36 practican natación; 40 básquet y 48 futbol. Si 7 practican los tres deportes. ¿Cuántos practican solo uno de estos deportes? (UNFV 2011–II)

10. En una fiesta donde habían 70 personas, 10 eran hombres que no les gustaba la música "Salsa", 20 eran mujeres que gustaban de esta música. Si el número de hombres que gustaba de la música "Salsa" es la tercera parte de las mujeres que no gustan de esta música, ¿A cuántos les gusta la música "Salsa"?

11. Un club consta de 78 personas, de ellas 50 juegan fútbol, 32 básquet, 23 vóley. Además 6 figuran entre los 3 deportes y 10 no practican ninguno. Si "x" es el total de personas que practican solo 1 deporte e "y" el total de personas que practican solo 2 deportes, calcule$(x - y)$.

(UNFV 2008)

12. Sean M, N y P tres subconjuntos de un conjunto universal de 98 elementos y además:

$$n[(M \cup N) \cap P'] = 50 \wedge n(P)= 34$$

Halla: $n[(M \cup N \cup P)']$

Para reforzar

1. De un total de 80 postulantes a las universidades San Marcos y Uni se sabe que:
– 47 postularon solo a la Uni
– 27 postularon solo a San Marcos
¿Cuántos postularon a la Uni y San Marcos?

a) 7 b) 5 c) 6
d) 8 e) 16

2. Para 2 conjuntos A y B se cumple que:
$n(A - B) = 7$; $n(B \cap A) = 3$ y $n(A \cup B) = 15$.
Hallar $n(A) \cdot n(B)$

a) 20 b) 40 c) 80
d) 60 e) 70

3. Si: $n[P(A)] + n[P(B)] = 48$, entonces la suma del número de subconjuntos propios de A con el número de subconjuntos propios de B es igual a:

a) 46 b) 30 c) 18
d) 28 e) 42

4. En una encuesta a 80 personas, 44 no escuchan radio "Mar", 36 no escuchan radio "Inca" y 17 escuchan ambas estaciones radiales. ¿Cuántos no escuchan estas dos estaciones radiales?

a) 11 b) 13 c) 15
d) 17 e) 19

5. En una peña criolla trabajan 32 artistas. De éstos, 16 bailan, 25 cantan, y 12 cantan y bailan. El número de artistas que no cantan ni bailan es:

a) 4 b) 1 c) 5
d) 3 e) 2

6. El resultado de una encuesta sobre la preferencia de jugos de frutas de manzana, fresa y piña es el siguiente:
60% gustan manzanas.
50% gustan fresa.
40% gustan piña.
30% gustan manzana y fresa.
20% gustan fresa y piña.
10% gustan manzana y piña.
5% gustan de los tres.
¿Qué porcentaje de las personas encuestadas no gustan de ninguno de los jugos de fruta mencionados?

a) 5% b) 12% c) 20%
d) 10% e) 50%

7. En un avión hay 100 personas de las cuales 50 no fuman y 30 no beben. ¿Cuántas personas hay que no fuman ni beben, sabiendo que hay 20 personas que solamente fuman?

a) 30 b) 40 c) 20
d) 50 e) 10

8. Durante el mes de agosto; Enrique salió a pasear con Angélica o con Beatriz. Si 17 días del mes paseó con Angélica y 23 días con Beatriz, ¿cuántos días paseó sólo con una de ellas?

a) 22 b) 18 c) 21
d) 16 e) 20

9. Carlos debe almorzar pollo o pescado (o ambos) en su almuerzo de cada día del mes de marzo. Si en su almuerzo durante 20 días hubo pollo y durante 25 días hubo pescado, entonces el número de días que almorzó pollo y pescado es:

a) 18 b) 14 c) 16
d) 13 e) 15

10. En un pueblo chino, 3 480 comen arroz sin sal y 5 700 comen arroz con sal. Si los que no comen arroz son el doble de los que comen arroz con sal y sin sal, ¿cuántos comen arroz sabiendo que en total hay 10 000 chinos?

a) 400 b) 820 c) 700
d) 1 640 e) 280

11. De 300 integrantes de un club deportivo, 160 se inscribieron en natación y 135 en gimnasia. Si 30 no se inscribieron en ningún deporte, ¿cuántos se inscribieron en ambos deportes?

a) 25 b) 0 c) 30
d) 5 e) 35

12. En una escuela de 135 alumnos, 90 practican fútbol; 55 básquet y 75 natación. Si 20 alumnos practican los 3 deportes y 10 no practican ninguno. ¿Cuántos alumnos practican un solo deporte?

a) 50 b) 53 c) 60
d) 70 e) 65