



# Geometría

## OPERACIONES CON ANGULOS

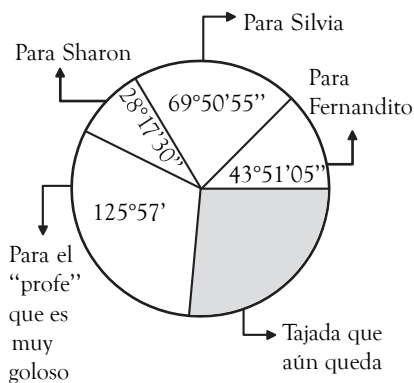
Hoy día aprenderemos a sumar, restar, multiplicar y dividir ángulos con la misma facilidad con la que operamos los números naturales. Para alcanzar este objetivo debemos recordar que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ vuelta} &<> 360^\circ \\ 1^\circ &<> 60' \\ 1' &<> 60'' \\ 1^\circ &<> 3600'' \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 43^\circ 51' 05'' + \\ 69^\circ 50' 55'' \\ \hline 112^\circ 101' 60'' \\ \text{Respuesta expresada incorrectamente.} \rightarrow 112^\circ 102' \text{ } \bigcirc \\ \text{Sin embargo:} \quad 112^\circ 60' \quad 42'' \\ 112^\circ + 1^\circ \quad 42'' \\ \hline 113^\circ \text{ } \textcircled{42} \\ \text{Respuesta expresada correctamente.} \rightarrow \boxed{\phantom{00}} \end{array}$$

### SUMA Y RESTA DE MEDIDAS ANGULARES

Veamos el siguiente ejemplo: Lorenita ha preparado un delicioso pastel para sus amiguitos. Con un cuchillo delgado divide al pastel en tajadas de diferente tamaño, todas desde el centro, tal como se muestra en el gráfico:



A) ¿Cuál es la medida angular de las tajadas de Fernandito y Silvia juntas?

Para obtener la respuesta sumaremos:

B) ¿Cuál es la medida angular de las tajadas de Silvia y Sharon juntas? (Completa los recuadros)

Para obtener la respuesta sumaremos:

$$\begin{array}{r} 69^\circ 50' 55'' + \\ 28^\circ 17' 30'' \\ \hline 97^\circ 67' \text{ } \square \\ \text{Respuesta expresada incorrectamente.} \rightarrow 97^\circ 67' 60'' + \square \\ \text{Sin embargo:} \quad 97^\circ 67' + \square \square \\ 97^\circ \square 25'' \\ 97^\circ 60' \square 25'' \\ \text{Respuesta expresada correctamente.} \rightarrow 97^\circ + 1^\circ \square 25'' \\ \hline \square \square 25'' \end{array}$$

C) ¿Cuál es la medida angular de la tajada que ha sobrado del pastel? (Completa los recuadros)

**Primero:**

Sumemos las medidas angulares de las tajadas de los amiguitos de Lorena.

|                     |                                                     |   |                 |
|---------------------|-----------------------------------------------------|---|-----------------|
|                     | 43° 51' 05"                                         | → | Fernandito      |
|                     | 69° 50' 55"                                         | → | Silvia          |
| Respuesta expresada | 28° 17' 30"                                         | → | Sharon          |
| incorrectamente.    | 125° 57'                                            | → | El profe goloso |
| → Sin embargo:      | 265° 175' + 90"                                     |   |                 |
|                     | 265° 175' 60" +                                     |   |                 |
|                     | 265° 175' <input type="text"/> <input type="text"/> |   |                 |
|                     | 265° + 176' 30"                                     |   |                 |
| Respuesta expresada | 265° 120' <input type="text"/> 30"                  |   |                 |
| correctamente.      | 265° 2° <input type="text"/> 30"                    |   |                 |
| →                   | <input type="text"/> <input type="text"/> 30"       |   |                 |

**Segundo:**

Ahora a la medida angular del pastel (360°) le restamos la medida angular de lo repartido (267°56'30").

$$360^\circ - 267^\circ 56' 30'' = 359^\circ 59' 60'' - 267^\circ 56' 30'' = 92^\circ 03' 30''$$

**Respuesta:**

La medida angular de la tajada que no ha sido repartida es 92° 03' 30".

**Importante**

Para restar medidas angulares, el minuendo y el sustraendo deben estar expresados en la misma forma.

**Ejemplo 2:**

Calcula el suplemento de 139°17'58".

$$180^\circ - 139^\circ 17' 58'' = 179^\circ 59' 60'' - 139^\circ 17' 58'' = \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}}$$

**Ejemplo 1:**

Calcula el complemento de 29°52'37".

$$90^\circ - 29^\circ 52' 37'' = 89^\circ 59' 60'' - 29^\circ 52' 37'' = \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}} \boxed{\phantom{00}}$$

## MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE MEDIDAS ANGULARES

Las medidas angulares pueden multiplicarse y dividirse por una cantidad escalar (número sin unidad).

### Ejemplo 3:

¿Cuál es el triple de  $22^{\circ}56'45''$ ?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} 22^{\circ} & 56' & 45'' \end{array} \times 3 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 66^{\circ} & 168' & 155'' \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 66^{\circ} & 168' & 120'' + 35'' \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 66^{\circ} & \square & 35'' \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 66^{\circ} & 120' + 50' & 35'' \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} \square & 50' & 35'' \end{array}
 \end{array}$$

### Ejemplo 4:

¿Cuál es la quinta parte de  $36^{\circ}41'125''$ ?

$$(36^{\circ} 41' 25'') \div 5$$

Se comienza por los grados, pasando a los minutos y luego a los segundos.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \text{Grados} & \text{Minutos} & \text{Segundos} \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 36^{\circ} & 41' & 125'' \end{array} \div 5 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 7^{\circ} & 8' & 25'' \end{array}
 \end{array}$$

La respuesta está dada por los cocientes:  
 $(36^{\circ}41'25'') \div 5 = 7^{\circ} 20' 17''$

### Ejemplo 5:

¿Cuál es el cuádruple de  $17^{\circ}34'28''$ ?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} 17^{\circ} & 34' & 28'' \end{array} \times 4 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 68^{\circ} & 136' & 112'' \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 68^{\circ} & 136' & 60'' + \square \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 68^{\circ} & \square & \square 54'' \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 68^{\circ} & 120' + \square & \square \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} \square & \square & 52' \end{array}
 \end{array}$$

### Ejemplo 6:

¿Cuál es la tercera parte de  $29^{\circ}35'42''$ ?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \text{Grados} & \text{Minutos} & \text{Segundos} \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} 29^{\circ} & 35' & 42'' \end{array} \div 3 \\
 \hline
 \begin{array}{ccc} 9^{\circ} & 51' & 54'' \end{array}
 \end{array}$$

Luego:

$$(29^{\circ}35'42'') \div 3 = 9^{\circ} 51' 54''$$

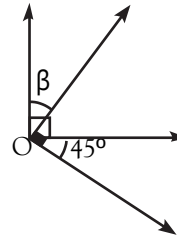


## Resolviendo en clase

- 1 Calcula:  $24^{\circ} 55' 35'' + 39^{\circ} 50' 28''$   
(Expresa tu respuesta correctamente).

Resolución:

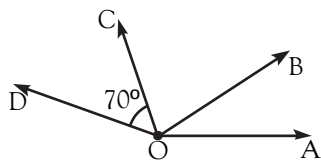
- 3 Según el gráfico, halla " $\beta$ ".



Resolución:

**Rpta:**

- 2 Del gráfico, calcula  $m\angle AOB$  si:  
 $m\angle AOB + m\angle BOC = 100^{\circ}$  y  
 $m\angle BOC + m\angle COD = 110^{\circ}$

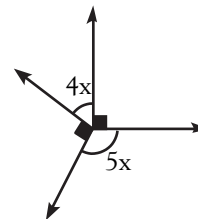


Resolución:

**Rpta:**

**Rpta:**

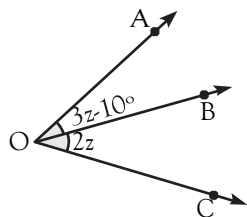
- 4 Según el gráfico, halla " $x$ ".



Resolución:

**Rpta:**

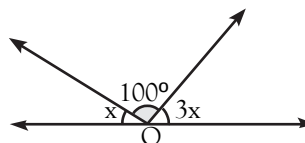
- 5 Halla “z” si:  $m\angle AOB = m\angle BOC$



Resolución:

*Rpta:*

- 6 Según el gráfico, calcula “x”.

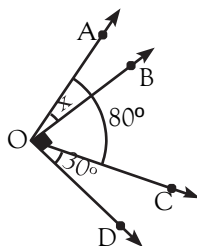


Resolución:

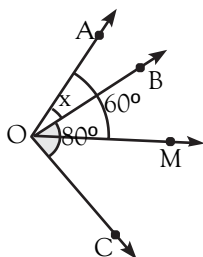
*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Según el gráfico, halla “x”.



8. Si  $\overline{OM}$  es bisectriz, calcula “x”.

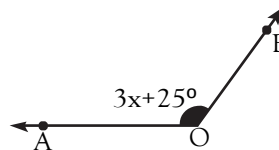


9. ¿Cuánto mide el complemento del ángulo cuya medida equivale a la quinta parte de un ángulo recto?

10. ¿Cuánto mide el complemento del ángulo cuya medida equivale a la sexta parte de un ángulo llano?

11. ¿Cuánto mide el ángulo cuyo suplemento es igual al doble de su medida?

12. Halla  $x$  si  $m\angle AOB$  mide el suplemento de  $80^\circ$ .



## Para reforzar

1. Relaciona las columnas convenientemente.

- a)  $74^\circ 100' 65''$
- b)  $73^\circ 90' 75''$
- c)  $72^\circ 73' 69''$
- d)  $71^\circ 120' 110''$

- ( )  $73^\circ 01' 50''$
- ( )  $74^\circ 31' 15''$
- ( )  $73^\circ 14' 09''$
- ( )  $75^\circ 41' 05''$

3. Calcula:

$$37^\circ 58' 59'' + 38^\circ 56' 40''$$

(Expresa tu respuesta correctamente).

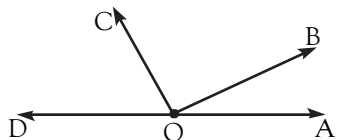
- a)  $76^\circ 55' 39''$
- b)  $75^\circ 45' 39''$
- c)  $74^\circ 45' 39''$
- d)  $77^\circ 46' 39''$
- e)  $76^\circ 45' 99''$

2. Del gráfico, calcula:  $m\angle COD - m\angle AOB$

Si:

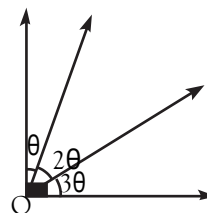
$$m\angle BOC = 2m\angle AOB \quad \text{y}$$

$$m\angle COD = 3m\angle AOB.$$



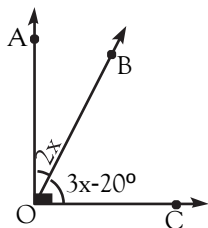
- a)  $30^\circ$
- b)  $60^\circ$
- c)  $70^\circ$
- d)  $15^\circ$
- e)  $45^\circ$

4. Según el gráfico, halla " $\theta$ ".



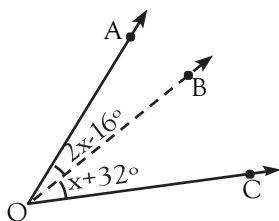
- a)  $12^\circ$
- b)  $15^\circ$
- c)  $18^\circ$
- d)  $20^\circ$
- e)  $25^\circ$

5. Halla "x".



- a)  $12^\circ$       b)  $22^\circ$       c)  $11^\circ$   
d)  $13^\circ$       e)  $16^\circ$

6. Halla "x" si  $\overline{OB}$  es bisectriz del  $\angle AOC$



- a)  $16^\circ$       b)  $18^\circ$       c)  $36^\circ$   
d)  $48^\circ$       e)  $72^\circ$

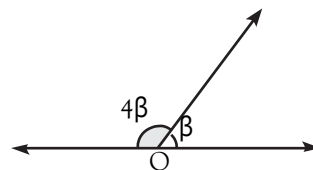
7. ¿Cuánto mide el ángulo cuyo complemento más su suplemento es igual a cuatro veces su medida?

- a)  $30^\circ$       b)  $45^\circ$       c)  $15^\circ$   
d)  $60^\circ$       e)  $37^\circ$

8. ¿A cuánto equivale  $37^\circ/2$ ?

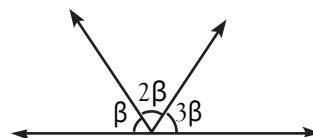
- a)  $18^\circ 30'$       b)  $17^\circ 30'$       c)  $18^\circ 15'$   
d)  $16^\circ 30'$       e)  $19^\circ 30'$

9. Según el gráfico, halla " $\beta$ ".



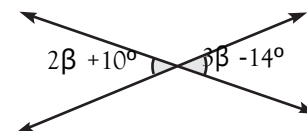
- a)  $72^\circ$       b)  $36^\circ$       c)  $18^\circ$   
d)  $24^\circ$       e)  $26^\circ$

10. Según el gráfico, calcula " $\beta$ ".



- a)  $20^\circ$       b)  $30^\circ$       c)  $40^\circ$   
d)  $60^\circ$       e)  $25^\circ$

11. Según el gráfico, halla " $\beta$ ".



- a)  $24^\circ$       b)  $16^\circ$       c)  $18^\circ$   
d)  $20^\circ$       e)  $15^\circ$

12. ¿A cuánto equivale  $53^\circ/2$ ?

- a)  $23^\circ 30'$       b)  $25^\circ 15'$       c)  $22^\circ 30'$   
d)  $26^\circ 30'$       e)  $25^\circ 30'$