Triángulo Educativo

Razonamiento Matemático

1° SECUNDARIA

OPERACIONES MATEMATICAS I

OPERACIÓN O LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA

Consideremos el conjunto de los números naturales:

$$N=\{0, 1, 2, 3, 4, 5.....\}$$

Vamos a construir el producto cartesiano N x N

N \ N				
0	(0 0)	(1 0)	(2 0)	(3 0)
1	(0 1)	(1 1)	(2 1)	(3 1)
2	(0 2)	(1 2)	(2 2)	(3
3	(0 3)	(1 3)	(2	(3 3)

Establecemos una aplicación:

$$N \times N \xrightarrow{f(+)} N$$

Hacemos corresponder a cada elemento de N x N, que es un par, el elemento de N que sea la suma de los compo- nentes del par:

$$N \times N \xrightarrow{f(+)} N$$

(0, 1) → 1
(1, 0) → 1
(1, 1) → 2
(1, 2) → 3
(2, 1) → 3
(1, 3) → 4
(3, 1) → 4
(4, 4) → 8
⋮ ⋮

En general, en un conjunto cualquiera A;

$$A \times A \xrightarrow{f} A$$
$$(a, b) \longrightarrow c \in A$$

Se dice que c es el compuesto de a y b.

A toda aplicación A x A ⟶ A se le llama Opera- ción o Ley de Composición Interna

- Los elementos del conjunto inicial son pares de núme- ros naturales obtenidos en el producto cartesiano.
- Los elementos del conjunto final son números naturales.
- Todo elemento de N x N tiene una imagen y sólo una en N (aplicación).
- La suma de números naturales es una operación o Ley de Composición Interna en N

OPERACIÓN O LEY DE COMPOSICIÓN EXTERNA

Al mulitplicar un segmento por un número natural se ob- tiene otro segmento.

$$\overline{a} \times 3 = \overbrace{\overline{a}\,\overline{a}\,\overline{a}}^{3a}$$

Vamos a considerar los conjuntos.

$$S=\{\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}, ...\}$$

$$N=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$$

Establezcamos una aplicación de:

$$\begin{array}{ccc} S \times N & \longrightarrow & S \\ (a, 1) & \longrightarrow & 1a \\ (b, 2) & \longrightarrow & 2b \\ (c, 3) & \longrightarrow & 3b \\ (c, 1) & \longrightarrow & 1c \\ \vdots & & \vdots \end{array}$$

En general, se tiene;

$$A \times B \xrightarrow{f} B$$

A toda aplicación A x B ⟶ B se le llama Operación o Ley de Composición Externa

- La multiplicación de un segmento por un número natural es una operación o Ley de composición externa.

Diferencias entre Operación Interna y Externa

Una operación es una aplicación del producto cartesiano de dos conjuntos en otro.

Operación Interna { - Conjunto inicial A A ×
- Conjunto final A

Operación Externa { - Conjunto inicial S A ×
- Conjunto final S

Observa:

- En la operación interna se componen entre sí elemen- tos de un conjunto A.
- En la operación externa se componen elementos de un conjunto A con elementos de otro conjunto B.
- Cuando hablamos simplemente de operaciones, nos referimos a las internas.

Representación de Operaciones

Cada operación tiene un signo que representa su cualidad. Veamos algunos:

Adición: (+)

Tomando el conjunto de los números naturales, hace- mos corresponder a cada par del producto cartesiano N x N un número natural

$$(2, 3) \longrightarrow 2+3=5$$

El símbolo o signo de la operación adición es el (+) que se lee «más».

Multiplicación: ( )

Tomando el conjunto de los números naturales, hace- mos corresponder a cada par del producto cartesiano N x N un número natural.

$$(3, 4) \longrightarrow 34=12$$

El símbolo de la operación multiplicación es ( ), que se lee «por».

En general el símbolo o signo que representa una operación, se le llama Operador.

Formas de expresar una operación:

* **Mediante fórmula**

$$a * b = \underbrace{3a+2b}_{\text{Fórmula}}$$

$$1 \times 2 = 3(1)+2(2)=7$$

* **Mediante Tabla de Doble Entrada**

Fila de Entrada

Columna de Entrada

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

a*b=b; b*d=a; d*b=a.etc

Reto al ingenio

Si: $(b*a)^2=a*b>0$

Halle: 54*2

ACTIVIDADES

1 **Si:**

$$\triangle\!\!\!\!\!\!\;\;x = x^2 + \sqrt{x} \;;\; \forall x \geq 0$$

Hallar: $\triangle 16$

Resolución:

Rpta:

3 **Si:**

$$\boxed{x+5} = x^3 - 1$$

Hallar: $\boxed{8}$

Resolución:

Rpta:

2 **Si:**

$$A = \frac{A+2}{A-4} \;;\; \forall A \neq 4$$

Hallar: 7

Resolución:

Rpta:

4 **Si:**

$$\triangle x\text{-}2 = \frac{x(x+1)(x+2)}{(x+3)} \;;\; \forall x \neq -3$$

Hallar: $\triangle 1$

Resolución:

Rpta:

5 **Si:**

$$\boxed{a+2} = a^2+2$$

Calcular: $\boxed{3} + \boxed{4} - \boxed{5}$

Resolución:

Rpta:

6 **Si:**

$$\Diamond_{b-5} = 2b-5$$

Calcular: $\Diamond_{1} + \Diamond_{-3} - \Diamond_{-6}$

Resolución:

Rpta:

ACTIVIDADES

7. Se define en Z^+:

$$\boxed{a} = a(a+1)$$

Resolver: $\boxed{\boxed{x}} = 930$

8. Se define en Z^+:

$$\textcircled{n} = n(n+1)$$

Resolver:

$$\textcircled{\textcircled{\textcircled{y}}} = 1806$$

9. Se define:

$$a * b = a^4 + a + b^3$$

Hallar: $2 * 4$

10. Se define:

$$a \,\square\, b = a^b - (a-b)^3$$

Hallar: $4 \,\square\, 3$

11. Definimos la operación:

$$\heartsuit_{A} = \frac{A+2}{2}\text{, si A es par}$$

$$\heartsuit_{A} = \frac{A+3}{2}\text{, si A es impar}$$

Calcular: $\heartsuit_{2} + \heartsuit_{7}$

12. Se define:

$$\begin{array}{|c|c|}\hline \multicolumn{2}{|c|}{A} \\ \hline B & C \\ \hline \end{array} = \frac{A^2 + C^2}{B} \quad ; \quad \forall B \neq 0$$

Hallar: $\begin{array}{|c|c|}\hline \multicolumn{2}{|c|}{6} \\ \hline 20 & 2 \\ \hline \end{array}$

ACTIVIDADES

1. Se define: $\begin{matrix} x \\ y \quad z \end{matrix} = (x+y)^2 - z$

Calcular: $\begin{matrix} 2 \\ 3 \quad 4 \end{matrix} + \begin{matrix} 4 \\ 3 \quad 1 \end{matrix}$

a) 60 b) 65 c) 68
d) 69 e) 70

2. Si: $y = y^2 + 2y + 3$
Hallar: 3

a) 85 b) 88 c) 90
d) 92 e) 94

3. Si: $x-2 = x^2 + x - 2$

Hallar: $1 + 2$

a) 20 b) 24 c) 28
d) 32 e) 36

4. Si: $x^2-1 = x^3-4$

Hallar: $3 + 15$

a) 60 b) 64 c) 66
d) 68 e) 72

5. Se define:

$$x = \frac{x-1}{x^2+1}$$

Calcular: 2

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{3}{4}$

6. Se define en Z^+:

$$n = n(n+1)$$

Resolver: $n = 420$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Si: $A \Delta B = A^B - B^A$
Calcular: $5\Delta(3\Delta 2)$

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

8. Si: $x = x + 1 + x$

Hallar: 24

a) 5^2 b) 29 c) 7^2
d) 8^2 e) 10^2

9. Se define: $\begin{matrix} x \\ y \quad z \end{matrix} = (x+y)^2 - z$

Calcular: $\begin{matrix} 2 \\ 3 \quad 4 \end{matrix} + \begin{matrix} 3 \\ 4 \quad 1 \end{matrix}$

a) 65 b) 64 c) 63
d) 68 e) 69

10. Si:

$$x + 2 = x^2 + x - 2$$

Hallar:

$$1 + 2$$

a) 5 b) 4 c) 1/3
d) 1/4 e) 1/5

11. Si:

$$a * b = \frac{a}{b} + b^2$$

Hallar: $(8 * 2) * (2 * 1)$

a) 8 b) 6 c) 4
d) 7 e) 9

12. Si:

$$x + 3 = x^2 - 1$$

Hallar: 7

a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17