

Razonamiento Matemático

OPERACIONES MATEMATICAS I

OPERACIÓN O LEY DE COMPOSICIÓN INTERNA

Consideremos el conjunto de los números naturales:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

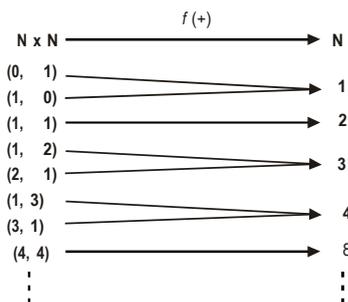
Vamos a construir el producto cartesiano $N \times N$

N \ N				
0	(0 0)	(1 0)	(2 0)	(3 0)
1	(0 1)	(1 1)	(2 1)	(3 1)
2	(0 2)	(1 2)	(2 2)	(3 2)
3	(0 3)	(1 3)	(2 3)	(3 3)

Establezcamos una aplicación:

$$N \times N \xrightarrow{f(+)} N$$

Hacemos corresponder a cada elemento de $N \times N$, que es un par, el elemento de N que sea la suma de los componentes del par:



En general, en un conjunto cualquiera A ;

$$A \times A \xrightarrow{f} A$$

$$(a, b) \xrightarrow{f} c \in A$$

Se dice que c es el compuesto de a y b .

A toda aplicación $A \times A \rightarrow A$ se le llama Operación o Ley de Composición Interna

- Los elementos del conjunto inicial son pares de números naturales obtenidos en el producto cartesiano.
- Los elementos del conjunto final son números naturales.
- Todo elemento de $N \times N$ tiene una imagen y sólo una en N (aplicación).
- La suma de números naturales es una operación o Ley de Composición Interna en N

OPERACIÓN O LEY DE COMPOSICIÓN EXTERNA

Al multiplicar un segmento por un número natural se obtiene otro segmento.

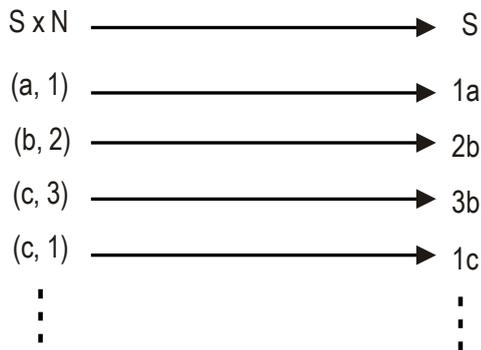
$$|a| \times 3 = |a| + |a| + |a| = |3a|$$

Vamos a considerar los conjuntos.

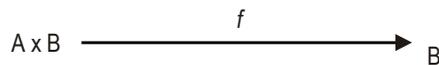
$$S = \{ |a|, |b|, |c|, \dots \}$$

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Establezcamos una aplicación de:



En general, se tiene;



A toda aplicación $A \times B \longrightarrow B$ se le llama Operación o Ley de Composición Externa

- La multiplicación de un segmento por un número natural es una operación o Ley de composición externa.

Diferencias entre Operación Interna y Externa

Una operación es una aplicación del producto cartesiano de dos conjuntos en otro.

Operación Interna $\left\{ \begin{array}{l} - \text{Conjunto inicial } A \quad A \times \\ - \text{Conjunto final } A \end{array} \right.$

Operación Externa $\left\{ \begin{array}{l} - \text{Conjunto inicial } S \quad A \times \\ - \text{Conjunto final } S \end{array} \right.$

Observa:

- En la operación interna se componen entre sí elementos de un conjunto A.
- En la operación externa se componen elementos de un conjunto A con elementos de otro conjunto B.
- Cuando hablamos simplemente de operaciones, nos referimos a las internas.

Representación de Operaciones

Cada operación tiene un signo que representa su cualidad. Veamos algunos:

Adición: (+)

Tomando el conjunto de los números naturales, hacemos corresponder a cada par del producto cartesiano $N \times N$ un número natural

$$(2, 3) \longrightarrow 2+3=5$$

El símbolo o signo de la operación adición es el (+) que se lee «más».

Multiplicación: (·)

Tomando el conjunto de los números naturales, hacemos corresponder a cada par del producto cartesiano $N \times N$ un número natural.

$$(3, 4) \longrightarrow 3 \cdot 4 = 12$$

El símbolo de la operación multiplicación es (·), que se lee «por».

En general el símbolo o signo que representa una operación, se le llama Operador.

Formas de expresar una operación:

* Mediante fórmula

$$\begin{array}{l}
 a * b = \underbrace{3a+2b}_{\text{Fórmula}} \\
 \downarrow \quad \downarrow \\
 1 \times 2 = 3(1)+2(2)=7
 \end{array}$$

* Mediante Tabla de Doble Entrada

		Fila de Entrada			
	*	a	b	c	d
Columna de Entrada	a	a	b	c	d
	b	b	c	d	a
	c	c	d	a	b
	d	d	a	b	c

$$a*b=b; b*d=a; d*b=a.etc$$

Reto al ingenio

Si: $(b * a)^2 = a * b > 0$

Halle: $54 * 2$

ACTIVIDADES

1 Si:

$$\triangle x = x^2 + \sqrt{x} ; \forall x \geq 0$$

Hallar: $\triangle 16$

Resolución:

Rpta:

3 Si:

$$\square x+5 = x^3-1$$

Hallar: $\square 8$

Resolución:

Rpta:

2 Si:

$$\bigcirc A = \frac{A+2}{A-4} ; \forall A \neq 4$$

Hallar: $\bigcirc 7$

Resolución:

Rpta:

4 Si:

$$\triangle x-2 = \frac{x(x+1)(x+2)}{(x+3)} ; \forall x \neq -3$$

Hallar: $\triangle 1$

Resolución:

Rpta:

5

Si:

$$a \square 2 = a^2 + 2$$

Calcular: $\square 3 + \square 4 - \square 5$

Resolución:

Rpta:

6

Si:

$$\diamond b - 5 = 2b - 5$$

Calcular: $\diamond 1 + \diamond 3 - \diamond 6$

Resolución:

Rpta:

ACTIVIDADES

7. Se define en Z^+ :

$$\square a = a(a+1)$$

Resolver: $\square x = 930$

8. Se define en Z^+ :

$$\circ n = n(n+1)$$

Resolver:

$$\circledcirc y = 1806$$

9. Se define:

$$a * b = a^4 + a + b^3$$

Hallar: $2 * 4$

10. Se define:

$$\square b = a^b \cdot (a-b)^3$$

Hallar: $4 \square 3$

11. Definimos la operación:

$$\heartsuit A = \frac{A+2}{2}, \text{ si } A \text{ es par}$$

$$\heartsuit A = \frac{A+3}{2}, \text{ si } A \text{ es impar}$$

Calcular: $\heartsuit 2 + \heartsuit 7$

12. Se define:

$$\frac{\square A}{\square B \square C} = \frac{A^2 + C^2}{B}; \forall B \neq 0$$

Hallar: $\frac{\square 6}{\square 2 \square 2}$

ACTIVIDADES

1. Se define: $\frac{x}{y} \cdot z = (x+y)^2 - z$

Calcular: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{1}$

- a) 60 b) 65 c) 68
d) 69 e) 70

2. Si: $y = y + 2y + 3$

Hallar: 3^3

- a) 85 b) 88 c) 90
d) 92 e) 94

3. Si: $x - 2 = x + x^2$

Hallar: $1 + 2$

- a) 20 b) 24 c) 28
d) 32 e) 36

4. Si: $x^2 - 1 = x^3 - 4$

Hallar: $3 + 15$

- a) 60 b) 64 c) 66
d) 68 e) 72

5. Se define:

$$x = \frac{x-1}{x^2+1}$$

Calcular: 2^2

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{7}$
d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{3}{4}$

6. Se define en Z^+ :

$$n = n(n+1)$$

Resolver: $n = 420$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Si: $A \Delta B = A^B - B^A$

Calcular: $5 \Delta (3 \Delta 2)$

- a) 2 b) 4 c) 6 d)
8 e) 10

8. Si: $x = x + 1 + x$

Hallar: 24

- a) 5^2 b) 29 c) 7^2
d) 8^2 e) 10^2

9. Se define: $\frac{x}{y} \cdot z = (x+y)^2 - z$

Calcular: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{1}$

- a) 65 b) 64 c) 63
d) 68 e) 69

10. Si:

$$x + 2 = x^2 + x - 2$$

Hallar:

$$1 + 2$$

- a) 5 b) 4 c) $\frac{1}{3}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{5}$

11. Si:

$$a * b = \frac{a}{b} + b^2$$

Hallar: $(8 * 2) * (2 * 1)$

- a) 8 b) 6 c) 4
d) 7 e) 9

12. Si:

$$x + 3 = x^2 - 1$$

Hallar: 7

- a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17