

Aritmética

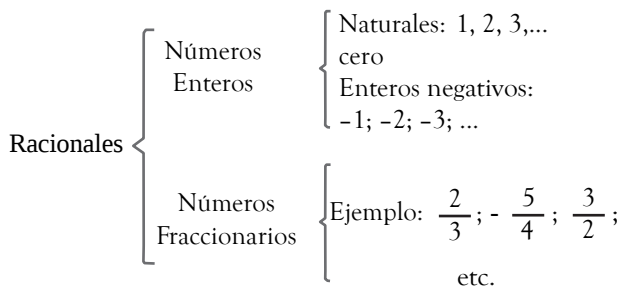
NUMEROS RACIONALES

NÚMERO RACIONAL

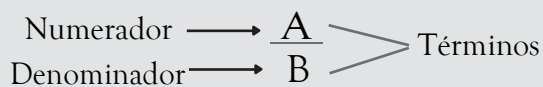
Es todo número que resulta de $\frac{a}{b}$, donde a y b son enteros, teniendo en cuenta que b no puede ser cero.

Así como hay naturales (N), enteros (Z), ahora tenemos los a/b , es decir racionales (Q).

Observa la clasificación:



En este tema trataremos de fracciones, y sólo cuando sus términos sean positivos.



Antiguamente sólo se consideraba como fracción (como es coherente) a $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{5}$; etc, menores que 1; pues si una regla se quiebra cualquier parte es menor que la regla; sin embargo, la matemática conserva este nombre también para cualquier otra, como $\frac{5}{3}$; $\frac{4}{2}$; etc. A las anteriores se les llama propias y a éstas impropias.

CLASIFICACIÓN

Fracciones enteras : $\frac{5}{4}$; $\frac{0}{4}$; $\frac{8}{2}$; etc.

Fracciones propias : $\frac{2}{5}$; $\frac{3}{8}$; etc.

Fracciones impropias : $\frac{8}{3}$; $\frac{5}{2}$; etc.

El matemático usa generalmente los términos: racional entero y racional no entero (números fraccionarios).

En Aritmética, como materia, se utiliza el tema FRACCIONES, más aún con términos (numerador y denominador) positivos, básicamente para la aritmética aplicada a la vida real y ciencias aplicadas; sin embargo en operaciones estrictamente abstractas pueden usarse fracciones negativas.

OPERACIONES CON FRACCIONES

1) Adición y sustracción:

A. Homogéneas:

$$\Rightarrow \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{9}{5} \text{ ó } 1 \frac{4}{5}$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{) 5} \\ 4 \overline{) 1} \end{array}$$

$\uparrow$

$$\Rightarrow \frac{7}{9} - \frac{4}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

B. Heterogéneas:

a) De 2 términos:

$$\Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \times 5 + 3 \times 3}{3 \times 5} = \frac{19}{15}$$

b) De 3 ó más términos: Se extrae el MCM de los denominadores:

$$\Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{4 \times 2 + 3 \times 3 - 2 \times 1}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$\text{MCM (3; 4; 6)} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{4x}{5} + \frac{2x}{3} - \frac{x}{15} = \frac{3(4x) + 5(2x) - 1(x)}{15} = \frac{21x}{15} = \frac{7x}{5}$$

$$\text{MCM (5; 3; 15)} = 15$$

2) Multiplicación: Se multiplica por separados a los numeradores y denominadores.

$$a) \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$b) \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{25}{9} = \frac{75}{225} = \frac{1}{3}$$

$$c) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

$$d) 4 \times \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

3. División:

$$\Rightarrow \frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{7} \div \frac{3}{8} = \frac{3 \times 8}{7 \times 3} = \frac{8}{7}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} \right] = \frac{2 \times 4}{3 \times 3} = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{\frac{5}{1}}{\frac{2}{3}} \left] = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{5}{1}} \left] = \frac{4 \times 1}{5 \times 5} = \frac{4}{25}$$

4) Fracción de un número:

$$\Rightarrow \text{Calcula los } \frac{3}{4} \text{ de } 20.$$

$$\frac{3}{4} \times 20 = 15$$

$$\Rightarrow \text{Calcula la tercera parte de } 135.$$

$$\frac{1}{3} \times 135 = 45$$

5) Fracción de fracción de un número:

$$\Rightarrow \text{Calcula los } \frac{2}{3} \text{ de los } \frac{4}{3} \text{ de } 90.$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times 90 = 80$$

$$\Rightarrow \text{Calcula los } \frac{3}{5} \text{ de los } \frac{5}{2} \text{ de los } \frac{2}{3} \text{ de } 18.$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{5}{2} \times \frac{2}{3} \times 18 = 18$$

Nota

Las palabras: de, del, de la y de los se reemplazan por el signo (x).

6) ¿Qué fracción es un número de otro número?

$$\Rightarrow \text{¿Qué parte de } 4 \text{ es } 2?$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{¿Qué parte de } 5 \text{ es } 8?$$

$$\frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow \text{¿Qué fracción es } 3 \text{ de } 9?$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \text{¿Qué parte es } 2/3 \text{ de } 5/3?$$

$$\frac{2/3}{5/3} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \text{¿Qué parte es S/.20 de S/ .10?}$$

$$\frac{20}{10} = 2 \quad \therefore \text{el doble}$$

$$\Rightarrow \text{¿Qué parte de } 6 \text{ es } 8?$$

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Resolviendo en clase

1 A qué es igual:

$$\frac{4\frac{1}{4} \div 3\frac{1}{2}}{2\frac{3}{7}}$$

Resolución:

3 Ordena de menor a mayor:

$$a = \frac{13}{17} ; b = \frac{5}{8} ; c = \frac{21}{24}$$

Resolución:

Rpta:

2 Calcula:

$$1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1515}{1010} + \frac{555}{666} + \frac{55555}{77777} + \frac{99}{33} + \frac{5}{2}$$

Resolución:

Rpta:

Rpta:

4 Simplifica:

$$\frac{1}{1} - \left(\frac{1}{1} - \left(\frac{3}{1} \right) \dots \left(\frac{1}{4} - \frac{30}{1} \right) \right)$$

Resolución:

Rpta:

- 5 Una mezcla tiene 3 sustancias A, B y C con 10, 20 y 30 L respectivamente. ¿Qué parte representa "C" en la mezcla?

Resolución:

- 6 Calcula la mitad de los $\frac{3}{5}$ de S/.1000.

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Calcula los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{4}{9}$ de los $\frac{7}{4}$ de 450.

10. Jaime tiene 4 000 y gasta los $\frac{3}{2}$ de la mitad de los $\frac{5}{3}$ de su dinero. ¿Cuánto le queda?

8. ¿Cuánto le falta a $\frac{3}{5}$ para ser igual a los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{5}{4}$ de 4?

11. Victor va de compras al mercado. Primero gasta los $\frac{5}{8}$ de lo que tenía, luego gasta los $\frac{3}{5}$ de lo que le quedaba y por último gasta los $\frac{3}{4}$ del nuevo resto, quedándole así S/.60 ¿Cuanto dinero gasta en total?

9. ¿Qué parte de mi dinero me queda si gasto los $\frac{3}{8}$ de los $\frac{8}{5}$ de mi dinero?

12. De un recipiente lleno de agua, se vació cada vez $\frac{3}{5}$ de lo que había en ese momento. Si se vació 3 veces quedando al final 24 litros de agua, ¿cuántos litros se vació en total?

Para reforzar

1. Calcula:

$$\frac{3\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}}{1\frac{1}{2}}$$

- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{1}{2}$
d) 1 e) $\frac{2}{3}$

2. Calcula:

$$\frac{222}{444} + \frac{3333}{6666} + \frac{4444}{8888} + \frac{11111}{22222}$$

- a) 1 b) 4 c) 2
d) 5 e) 3

3. Ordena de menor a mayor:

$$\frac{2}{3} ; \frac{16}{17} \text{ y } \frac{5}{7}$$

- a) $\frac{2}{3} ; \frac{5}{7} ; \frac{16}{17}$ b) $\frac{16}{17} ; \frac{2}{3} ; \frac{5}{7}$
c) $\frac{2}{3} ; \frac{16}{17} ; \frac{5}{7}$
d) $\frac{5}{7} ; \frac{2}{3} ; \frac{16}{17}$ e) $\frac{16}{17} ; \frac{5}{7} ; \frac{2}{3}$

4. Simplifica:

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{20}\right)$$

- a) 1 b) 7 c) $\frac{1}{20}$
d) 3 e) $\frac{1}{10}$

5. Una mezcla tiene 3 sustancias A, B y C; con 5, 10 y 25L respectivamente. ¿Qué parte representa "B" en la mezcla?

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

6. Calcula los $\frac{2}{3}$ de 4500 nuevos soles.

- a) S/.2000 b) S/.2500 c) S/.2100
d) S/.3000 e) S/.2400

7. Calcula los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{3}{5}$ de 600.

- a) 200 b) 250 c) 230
d) 300 e) 240

8. ¿Cuánto le falta a $\frac{1}{3}$ para ser igual a los $\frac{2}{5}$ de los $\frac{5}{3}$ de 2?

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) 1
d) 4 e) 2

9. Fredy pierde los $\frac{2}{3}$ de los $\frac{3}{7}$ de su dinero. ¿Qué parte le queda?

- a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{13}{7}$ c) $\frac{19}{27}$
d) $\frac{1}{27}$ e) $\frac{11}{27}$

10. Tengo 2400 soles y gasto la tercera parte de los $\frac{3}{5}$. ¿Cuánto me queda?

- a) S/.480 b) S/.400 c) S/.1 920
d) S/.450 e) S/.360

11. De un recipiente lleno de agua se extrae los $\frac{2}{5}$; luego los $\frac{3}{4}$ del resto y por último la quinta parte del nuevo resto. ¿Qué parte queda?

- a) $\frac{5}{21}$ b) $\frac{9}{25}$ c) $\frac{1}{25}$
d) $\frac{3}{25}$ e) $\frac{7}{25}$

12. César va de compras y cada vez gastó $\frac{1}{3}$ de lo que tenía en ese momento. Si hizo 3 compras y al final se quedó con 16 soles, ¿cuánto tenía al inicio?

- a) S/.27 b) S/.108 c) S/.54
d) S/.60 e) S/.36