NUMEROS PRIMOS

$Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

Los números enteros positivos (Z^+), se pueden clasificar de acuerdo a la cantidad de divisores Z^+ que poseen:

Z^+:
- Números Simples
  - Números Primos
  - La Unidad
- Números Compuestos

NÚMEROS SIMPLES:

A) **La Unidad**

Es el único Z^+ que posee un solo divisor.

$1 \quad : \quad \underbrace{1}_{\text{Divisor}}$

B) **Números Primos**

Llamados también primos absolutos, son aquellos números que poseen únicamente dos divisores: la unidad y al mismo número.

Ejemplo :

2 : 1 ; 2
5 : 1 ; 5
17 : 1 ; 17
23 : 1 ; 23

Divisores

NÚMEROS COMPUESTOS:

Son aquellos que poseen más de dos divisores.

Ejemplo :

4 : 1; 2; 4
6 : 1; 2; 3; 6
12 : 1; 2; 3; 4; 6; 12
20 : 1 ; 2; 4; 5; 10; 20

Divisores

Observación

Todo número compuesto, posee una cantidad de divisores simples y divisores compuestos.

Ejemplo :

$12 \quad : \quad \underbrace{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12}_{\text{Divisores}}$

De los divisores de 12 son:
Simples → 1; 2; 3 Primos → 2; 3
Compuestos → 4; 6; 12

EN GENERAL

$CD = CDS + CDC$

Donde:

CD_N : Cantidad de divisores de N.
CDS_N : Cantidad de divisores simples de N.
CDC_N : Cantidad de divisores compuestos de N.

PROPIEDADES:

1. El conjunto de los números primos es infinito.
   {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17;...}
2. 2 es el único número primo par.
3. 2 y 3 son los únicos números consecutivos y a la vez primos absolutos.
4. Sea "P" un número primo. Si $P > 2$, entonces:
   $(P = \overset{\circ}{4} + 1) \vee (P = \overset{\circ}{4} - 1)$
5. Sea "P" un número primo. Si $P > 3$, entonces:
   $(P = \overset{\circ}{6} + 1) \vee (P = \overset{\circ}{6} - 1)$

¿Cómo se determina si un número es primo?

- ❑ Se extrae la raíz cuadrada al número dado, si es exacta se determina que el número no es primo.
- ❑ Caso contrario, se considera todos los números primos menores o iguales que la parte entera de la raíz.
- ❑ Se divide el número dado entre cada número primo considerado.
- ❑ Si en dichas divisiones, se obtiene al menos una exacta, el número no es primo.
- ❑ Si todas las divisiones son inexactas, entonces el número es primo.

Ejemplo :

¿El número 193 es un número primo?

- ❑ $193 = 13, ... \approx 13$
- ❑ Números primos ≤ 13 : 2, 3, 5, 7, 11, 13.
- ❑ Comparando 193 con cada uno de los números primos considerados.

$$193 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \overset{o}{2} + 1 \\ \overset{o}{3} + 1 \\ \overset{o}{5} + 3 \\ \overset{o}{7} + 4 \\ \overset{o}{11} + 6 \\ \overset{o}{13} + 11 \end{array}\right.$$

Como en ningún caso las divisiones son exactas, entonces 193 es un número primo.

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

(Primos relativos o coprimos)

Dos o más números son primos entre sí (PESI) cuando tienen como único divisor común a la unidad.

Ejemplo :

Sean los números 11, 12 y 15, donde:

$$\begin{array}{l} 11 : ①, 11 \\ 12 : ①, 2, 3, 4, 6, 12 \\ 15 : \underbrace{①, 3, 5, 15}_{\text{Divisores}} \end{array}$$

El único divisor común es 1, entonces 11, 12 y 15 son PESI.

Observaciones:

1) Dos o más números consecutivos son siempre números PESI.

Ejemplo :

Sean los números 13, 14 y 15, donde:

$$\begin{array}{l} 13 : ①, 13 \\ 14 : ①, 2, 7, 14 \\ 15 : \underbrace{①, 3, 5, 15}_{\text{Divisores}} \end{array}$$

El único divisor común es 1, entonces 13, 14 y 15 son números PESI.

2) Dos o más números impares consecutivos son siempre PESI.

Ejemplo :

Sean los números 33 y 35, donde:

$$\begin{array}{l} 33 : ①, 3, 11, 33 \\ 35 : \underbrace{①, 5, 7, 35}_{\text{Divisores}} \end{array}$$

El único divisor común es 1, entonces 33 y 35 son números PESI.

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo entero mayor que la unidad, se puede descomponer como la multiplicación de sus factores primos diferentes entre sí, elevados a ciertos exponentes enteros positivos. Esta descomposición es única y se llama descomposición canónica.

Ejemplo :

- ➲ $144 = 2^4 \times 3^2$
- ➲ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
- ➲ $1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$

EN GENERAL

$$\mathbf{N = A^a \times B^b \times C^\delta \times ...}$$

Donde:

A, B, C, ... : Factores primos de N.

a, b, δ , ... : Enteros positivos.

CANTIDAD DE DIVISORES DE UN NÚMERO (CD_N)

Si : $\underbrace{N = A^a \times B^b \times C^\delta \times ...}_{\text{Descomposición Canónica}}$

$$CD = (a+1)(b+1)(\delta+1) ...$$

Ejemplo :

¿Cuántos divisores tiene 720?

* $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$

$CD_{720} = (4+1)(2+1)(1+1)$

$CD_{720} = 30$

Resolviendo en clase

1 Hallar "n", sabiendo que el número:
$P = 55 \times 22^n$ tiene 20 divisores más que 55.

Resolución:

Rpta:

2 Calcular el valor de "n", si el número:
$K = 12^{n\acute{}} \times 28$, tiene 152 divisores compuestos.

Resolución:

Rpta:

3 ¿Cuántos divisores de 30 600 son múltiplos de 15?

Resolución:

Rpta:

4 ¿Cuántos divisores de "N" no son múltiplos de 6; siendo $N = 180 \times 45^2$?

Resolución:

Rpta:

5 **Si $2^a \times 3^b$ tiene 18 divisores compuestos. Halle $a + b$.**

Resolución:

Rpta:

6 **Indicar "a + b", sabiendo que el número: $N = 5000 \times 3^a \times 7^b$, tiene 240 divisores, donde "a" y "b" son cifras significativas no consecutivas.**

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Si el cuadrado de "N" tiene 15 divisores. ¿Cuántos divisores tiene N?

8. Hallar "n" sabiendo que el número $N = 28 \times 35^n$ tiene 30 divosores múltiplos de 10.

9. Hallar "n" sabiendo que el número: $N = 28 \times 35^n$ tiene 30 divisores múltiplos de 10.

10. En el número: $N = 11^3 \times 21^6 \times 33^2$, ¿cuántos divisores hay tales que son múltiplos de 9 o múltiplos de 11 pero no de los dos juntos?

11. Un número sólo se compone de los factores primos 2 y 3. Si se duplica tiene 4 divisores más y si al resultado lo triplicamos tiene 8 divisores más que el original, ¿cuál es la mayor cifra de dicho número?

12. Si: $N = 8^k + 8^{k+2}$, tiene 88 divisores y k = número natural, entonces: Hallar el valor de "k"

Para reforzar

1. La suma de los 4 primeros números primos impares es:

a) 16 b) 26 c) 17
d) 10 e) 15

2. La suma de los 2 primeros números compuestos es:

a) 4 b) 6 c) 9
d) 10 e) 12

3. ¿Cuál de los siguientes números tiene la mayor cantidad de divisores?

a) 540 b) 3500 c) 792
d) 700 e) 600

4. ¿Cuántos divisores tiene el número 3465?

a) 18 b) 20 c) 36
d) 24 e) 30

5. ¿Cuántos divisores compuestos tiene el número 1200?

a) 26 b) 21 c) 20
d) 30 e) 32

6. Si 6^n tiene 30 divisores más que 7^n. ¿Cuántos tendrá 12^n?

a) 44 b) 50 c) 32
d) 66 e) 45

7. ¿Cuántos ceros habrá que colocar a la derecha de 6, para que el número resultante tenga 6 veces el número de divisores que tiene 600?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) más de 8

8. Si 12^n tienen 63 divisores compuestos. ¿Cuántos divisores tiene 21^n?

a) 25 b) 36 c) 49
d) 64 e) 81

9. ¿Cuántos divisores de 14580 son primos relativos con 5?

a) 20 b) 14 c) 42
d) 21 e) 36

10. ¿Cuántos divisores de 10800 son múltiplos de 15?

a) 30 b) 20 c) 34
d) 40 e) 28

11. ¿Cuántos divisores de 720 hay que no sean múltiplos de 4?

a) 2 b) 18 c) 12
d) 24 e) 6

12. Hallar "p", si se sabe:

$N = 6^p \times 15^2$ tiene 30 divisores múltiplos de 75. a)

4 b) 5 c) 6
d) 9 e) 8