



INECUACIONES DE PRIMER GRADO

DEFINICIONES

Una desigualdad expresa que una cantidad real, o una expresión, es mayor o menor que otra.

A continuación se indica el significado de los signos de desigualdad.

1. $a > b$; significa que "a" es mayor que "b" (o bien que "a - b" es un número positivo).
2. $a < b$; significa que "a es menor que b" (o bien que "a - b" es un número negativo).
3. $a \geq b$; significa que "a es mayor o igual a b".
4. $a \leq b$; significa que "a es menor o igual a b".
5. $0 < a < 2$; significa que "a es mayor que cero, pero menor que 2".
6. $-2 \leq x < 2$; significa que "x es mayor o igual que -2, pero menor que 2".

Una desigualdad absoluta es aquella que se verifica para todos los valores reales de las letras que intervienen en ella. Por ejemplo $(a - b)^2 > -1$ es cierta para todos los valores reales de "a" y "b" ya que el cuadrado de todo número real es un número positivo o cero.

Una desigualdad condicional es aquella que sólo es cierta para determinados valores de las letras. Por ejemplo: $x - 5 > 3$, sólo es verdad para "x" mayor que 8.

Las desigualdades $a > b$ y $c > d$ son del mismo sentido. Las desigualdades $a > b$ y $e < f$ son de sentido contrario.

TEOREMAS DE LAS DESIGUALDADES

1. El sentido de una desigualdad no se modifica si se suma o se resta un mismo número real a sus dos miembros. Por consiguiente, para pasar un término de un miembro a otro de una desigualdad, no hay más que cambiarle de signo.

Ejemplo:

Si $a > b$ y $c \in \mathbb{R}$, entonces: $a + c > b + c$; $a - c > b - c$; y $a - b > 0$

2. El sentido de una desigualdad no se altera si se multiplica, o divide, por un mismo número positivo sus dos miembros.

Ejemplo:

Si $a > b$ y $k > 0$, entonces:

$$ka > kb \text{ y } \frac{a}{k} > \frac{b}{k}$$

3. El sentido de una desigualdad se invierte cuando se multiplica, o divide, por un mismo número negativo sus dos miembros.

Ejemplo:

Si $a > b$ y $k < 0$, entonces:

$$ka < kb \text{ y } \frac{a}{k} < \frac{b}{k}$$

4. Si $a > b$ y a, b, n son positivos, entonces: $a^n > b^n$, pero $a^{-n} < b^{-n}$

Ejemplo:

$5 > 4$; se tiene: $5^3 > 4^3$ ó $125 > 64$; pero $5^{-3} < 4^{-3}$ ó

$$\frac{1}{125} < \frac{1}{64}$$

5. Si $a > b$ y $c > d$, entonces:

$$a + c > b + d$$

6. Si $a > b > 0$ y $c > d > 0$, entonces:

$$ac > bd$$

También:

Desigualdades estrictas

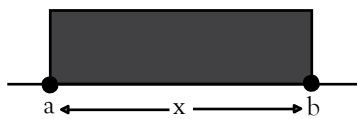
- > : Mayor que
- < : Menor que

Desigualdades no estrictas

- ≥ : Mayor o igual que
- ≤ : Menor o igual que

Intervalo cerrado ([;])

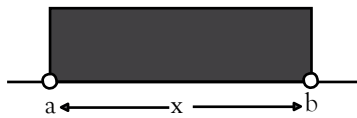
Cuando intervienen los extremos "a" y "b".



Luego: $a \leq x \leq b$

Intervalo abierto (] [; < >)

Cuando no intervienen los extremos "a" y "b".



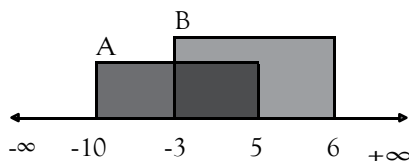
Luego: $a < x < b$

Ejercicios Resueltos

1. Si $A = <-10; 5]$ y $B = [-3; 6>$,
determina: $A \cap B$
 $A \cup B$

Resolución:

Graficando los intervalos "A" y "B" en la recta numérica real.



se observó que:

$$A \cap B = [-3; 5]$$

$$A \cup B = <-10; 6>$$

2. Resuelve e indica el menor valor entero que puede tomar "x".

$$\frac{2x-1}{3} + \frac{x-3}{2} > 4$$

Resolución:

Sacando M.C.M. a las fracciones:

$$\frac{2(2x-1) + 3(x-3)}{6} > 4$$

$$\Rightarrow \frac{4x-2 + 3x-9}{6} > 4$$

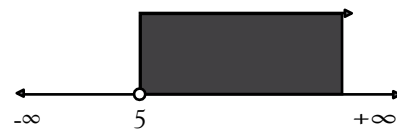
Pasando a multiplicar el 6.

$$7x - 11 > 24$$

$$7x > 35$$

$$x > 5$$

Luego el conjunto solución será:



El menor valor entero que cumple es 6.

3. Resuelve la inecuación y halla el menor valor entero que cumple:

$$\frac{x-1}{9} + \frac{x-2}{8} + \frac{x-7}{3} > 3$$

Resolución:

Sacando M.C.M. a las fracciones:

$$\frac{8(x-1) + 9(x-2) + 24(x-7)}{72} > 3$$

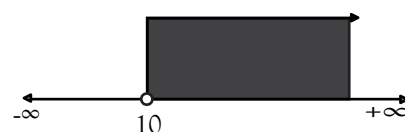
$$\frac{8x - 8 + 9x - 18 + 24x - 168}{72} > 3$$

$$41x - 194 > 216$$

$$41x > 216 + 194$$

$$41x > 410$$

$$x > 10$$



Luego, el menor valor entero es 11.

Resolviendo en clase

1 Resuelve:

$$5(x - 1) + 3(x - 1) > 6x$$

e indica la solución.

Resolución:

Rpta:

2 Resuelve:

$$2x - \frac{5}{3} > \frac{x}{3} + 10$$

Resolución:

Rpta:

3 Resuelve:

$$\frac{x + 3(x + 4)}{4} < 2(x + 1)$$

Resolución:

Rpta:

4 Resuelve:

$$(x+2)(x-1)+26 < (x+4)(x+5)$$

Resolución:

Rpta:

5 Calcula "x" si:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{1}{6} \leq \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$$

Resolución:

Rpta:

6 Si a y b $\in \mathbb{N}$; efectúa:

$$\frac{x-b}{a} < 2 - \frac{x-a}{b}$$

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} > \frac{x-1}{3} \\ \frac{x-1}{3} < \frac{x+1}{4} \end{cases}$$

8. Indica el mayor valor entero que satisface la desigualdad.

$$\frac{7}{2} > \frac{1-4x}{5} > \frac{1}{2}$$

9. Resuelve:

$$2(x-1) + \frac{x-2}{3} > 9$$

10. Resuelve:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} > 5$$

11. Resuelve:

$$\frac{3x-1}{5} + \frac{x+1}{2} < \frac{99}{70} + \frac{x}{7}$$

12. Resuelve:

$$\frac{2bx}{a^2-b^2} + \left(\frac{a+b}{x}\right)^{-1} < \left(\frac{a-b}{5}\right)^{-1}$$

si $0 < a < b$

Para reforzar

1. Resuelve:

$$3(x+1) > 2(x-1)$$

y halla el menor valor entero.

- a) -6 b) -3 c) -4
d) -2 e) -1

2. Resuelve:

$$3x + 4 < 2x + 1$$

- a) $x < -3$ b) $x > 3$ c) $x > -3$
d) $x > 1$ e) N.A.

3. Resuelve:

$$(x-1)^2 - 1 \geq (x-2)^2$$

- a) $x > 5$ b) $x \geq 2$ c) $x \geq 5$
d) $x < 3$ e) N.A.

4. Indica el mayor valor entero de "x" que cumple con.

$$\frac{4x-1}{5} \geq \frac{3x-2}{3}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

5. Indica el menor valor entero de "x" que satisface la inecuación.

$$\frac{2x+5}{-2} < 3(x-3)$$

- a) 2 b) 3 c) 4
d) -5 e) 6

6. Calcula "x" y da el menor valor que cumple con el sistema.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{x+1}{2} \leq x+2 \\ x > \frac{2x-19}{4} \end{cases}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Resuelve:

$$5x - 12 \geq 3x - 4$$

- a) $x > 1$ b) $x < 4$ c) $x \geq 4$
d) $x \geq -4$ e) N.A.

8. Indica cuántos valores que toma "x" son enteros si:

$$\begin{cases} (x+1)^2 - x > x^2 + 1 \\ -3x + 7 > 1 \end{cases}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Resuelve:

$$(x+2)(x+1) - \frac{1}{x+5} < x(x+2) - \frac{1}{x+5}$$

- a) $x \in <-\infty; 2>$
b) $x \in <-\infty; 0>$
c) $x \in <0; +\infty>$
d) $x \in <-\infty; -2> - \{-5\}$
e) N.A.

10. Resuelve:

$$\frac{4x-1}{5} \geq \frac{3x-2}{3}$$

- a) $x > 7/3$ b) $x < 7/3$ c) $x \geq 1$
d) $x \leq 2$ e) $x \leq 7/3$

11. Resuelve:

$$(x-2)^2 - 7 > (x-3)^2$$

- a) $x < 5$ b) $x > 6$ c) $x < 3$
d) $x < 1$ e) $x > 0$

12. Resuelve:

$$\frac{x+3}{2} + \frac{x-1}{4} > 2$$

- a) $<-\infty; 1>$ b) $<-1; +\infty>$ c) $<1; +\infty>$
d) $<2; +\infty>$ e) $<3; +\infty>$