



# Álgebra

## INECUACIONES DE PRIMER GRADO

### DEFINICIONES

Una desigualdad expresa que una cantidad real, o una expresión, es mayor o menor que otra.

A continuación se indica el significado de los signos de desigualdad.

1.  $a > b$ ; significa que "a" es mayor que "b" (o bien que "a - b" es un número positivo).
2.  $a < b$ ; significa que "a es menor que b" (o bien que "a - b" es un número negativo).
3.  $a \geq b$ ; significa que "a es mayor o igual a b".
4.  $a \leq b$ ; significa que "a es menor o igual a b".
5.  $0 < a < 2$ ; significa que "a es mayor que cero, pero menor que 2".
6.  $-2 \leq x < 2$ ; significa que "x es mayor o igual que -2, pero menor que 2".

Una desigualdad absoluta es aquella que se verifica para todos los valores reales de las letras que intervienen en ella. Por ejemplo  $(a - b)^2 > -1$  es cierta para todos los valores reales de "a" y "b" ya que el cuadrado de todo número real es un número positivo o cero.

Una desigualdad condicional es aquella que sólo es cierta para determinados valores de las letras. Por ejemplo:  $x - 5 > 3$ , sólo es verdad para "x" mayor que 8.

Las desigualdades  $a > b$  y  $c > d$  son del mismo sentido. Las desigualdades  $a > b$  y  $e < f$  son de sentido contrario.

### TEOREMAS DE LAS DESIGUALDADES

1. El sentido de una desigualdad no se modifica si se suma o se resta un mismo número real a sus dos miembros. Por consiguiente, para pasar un término de un miembro a otro de una desigualdad, no hay más que cambiarle de signo.

#### Ejemplo:

Si  $a > b$  y  $c \in \mathbb{R}$ , entonces:  $a + c > b + c$ ;  $a - c > b - c$ ; y  $a - b > 0$

2. El sentido de una desigualdad no se altera si se multiplica, o divide, por un mismo número positivo sus dos miembros.

#### Ejemplo:

Si  $a > b$  y  $k > 0$ , entonces:

$$ka > kb \text{ y } \frac{a}{k} > \frac{b}{k}$$

3. El sentido de una desigualdad se invierte cuando se multiplica, o divide, por un mismo número negativo sus dos miembros.

#### Ejemplo:

Si  $a > b$  y  $k < 0$ , entonces:

$$ka < kb \text{ y } \frac{a}{k} < \frac{b}{k}$$

4. Si  $a > b$  y  $a, b, n$  son positivos, entonces:  $a^n > b^n$ , pero  $a^{-n} < b^{-n}$

#### Ejemplo:

$5 > 4$ ; se tiene:  $5^3 > 4^3$  ó  $125 > 64$ ; pero  $5^{-3} < 4^{-3}$  ó

$$\frac{1}{125} < \frac{1}{64}$$

5. Si  $a > b$  y  $c > d$ , entonces:

$$a + c > b + d$$

6. Si  $a > b > 0$  y  $c > d > 0$ , entonces:

$$ac > bd$$

También:

### Desigualdades estrictas

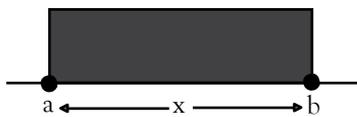
- > : Mayor que
- < : Menor que

### Desigualdades no estrictas

- ≥ : Mayor o igual que
- ≤ : Menor o igual que

### Intervalo cerrado ([ ; ])

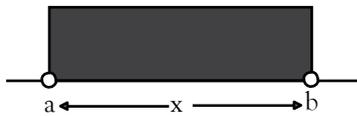
Cuando intervienen los extremos "a" y "b".



Luego:  $a \leq x \leq b$

### Intervalo abierto (] [ ; < >)

Cuando no intervienen los extremos "a" y "b".



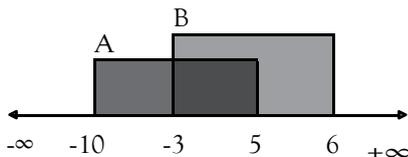
Luego:  $a < x < b$

## Ejercicios Resueltos

1. Si  $A = <-10; 5]$  y  $B = [-3; 6>$ ,  
determina:  $A \cap B$   
 $A \cup B$

**Resolución:**

Graficando los intervalos "A" y "B" en la recta numérica real.



se observó que:

- $A \cap B = [-3; 5]$
- $A \cup B = <-10; 6>$

2. Resuelve e indica el menor valor entero que puede tomar "x".

$$\frac{2x-1}{3} + \frac{x-3}{2} > 4$$

**Resolución:**

Sacando M.C.M. a las fracciones:

$$\frac{2(2x-1) + 3(x-3)}{6} > 4$$

$$\Rightarrow \frac{4x-2 + 3x-9}{6} > 4$$

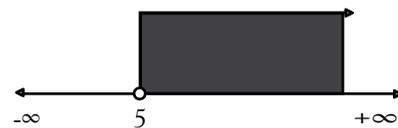
Pasando a multiplicar el 6.

$$7x - 11 > 24$$

$$7x > 35$$

$$x > 5$$

Luego el conjunto solución será:



El menor valor entero que cumple es 6.

3. Resuelve la inecuación y halla el menor valor entero que cumple:

$$\frac{x-1}{9} + \frac{x-2}{8} + \frac{x-7}{3} > 3$$

**Resolución:**

Sacando M.C.M. a las fracciones:

$$\frac{8(x-1) + 9(x-2) + 24(x-7)}{72} > 3$$

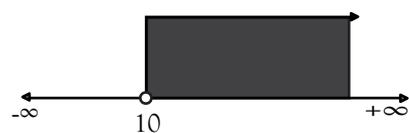
$$\frac{8x - 8 + 9x - 18 + 24x - 168}{72} > 3$$

$$41x - 194 > 216$$

$$41x > 216 + 194$$

$$41x > 410$$

$$x > 10$$



Luego, el menor valor entero es 11.

## Resolviendo en clase

1 Resuelve:

$$5(x - 1) + 3(x - 1) > 6x$$

e indica la solución.

*Resolución:*

*Rpta:*

2 Resuelve:

$$2x - \frac{5}{3} > \frac{x}{3} + 10$$

*Resolución:*

*Rpta:*

3 Resuelve:

$$\frac{x + 3(x + 4)}{4} < 2(x + 1)$$

*Resolución:*

*Rpta:*

4 Resuelve:

$$(x+2)(x-1)+26 < (x+4)(x+5)$$

*Resolución:*

*Rpta:*

5 Calcula "x" si:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{1}{6} \leq \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

6 Si a y b  $\in$  N; efectúa:

$$\frac{x-b}{a} < 2 - \frac{x-a}{b}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{2} > \frac{x-1}{3} \\ \frac{x-1}{3} < \frac{x+1}{4} \end{cases}$$

8. Indica el mayor valor entero que satisface la desigualdad.

$$\frac{7}{2} > \frac{1-4x}{5} > \frac{1}{2}$$

9. Resuelve:

$$2(x-1) + \frac{x-2}{3} > 9$$

10. Resuelve:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} > 5$$

11. Resuelve:

$$\frac{3x-1}{5} + \frac{x+1}{2} < \frac{99}{70} + \frac{x}{7}$$

12. Resuelve:

$$\frac{2bx}{a^2-b^2} + \left(\frac{a+b}{x}\right)^{-1} < \left(\frac{a-b}{5}\right)^{-1}$$

si  $0 < a < b$

## Para reforzar

1. Resuelve:

$$3(x+1) > 2(x-1)$$

y halla el menor valor entero.

- a) -6                      b) -3                      c) -4  
d) -2                      e) -1

2. Resuelve:

$$3x + 4 < 2x + 1$$

- a)  $x < -3$                   b)  $x > 3$                   c)  $x > -3$   
d)  $x > 1$                       e) N.A.

3. Resuelve:

$$(x-1)^2 - 1 \geq (x-2)^2$$

- a)  $x > 5$                   b)  $x \geq 2$                   c)  $x \geq 5$   
d)  $x < 3$                       e) N.A.

4. Indica el mayor valor entero de "x" que cumple con.

$$\frac{4x-1}{5} \geq \frac{3x-2}{3}$$

- a) 1                          b) 2                          c) 3  
d) 4                          e) 5

5. Indica el menor valor entero de "x" que satisface la inecuación.

$$\frac{2x+5}{-2} < 3(x-3)$$

- a) 2                          b) 3                          c) 4  
d) -5                          e) 6

6. Calcula "x" y da el menor valor que cumple con el sistema.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{x+1}{2} \leq x+2 \\ x > \frac{2x-19}{4} \end{cases}$$

- a) 1                          b) 2                          c) 3  
d) 4                          e) 5

7. Resuelve:

$$5x - 12 \geq 3x - 4$$

- a)  $x > 1$                   b)  $x < 4$                   c)  $x \geq 4$   
d)  $x \geq -4$                       e) N.A.

8. Indica cuántos valores que toma "x" son enteros si:

$$\begin{cases} (x+1)^2 - x > x^2 + 1 \\ -3x + 7 > 1 \end{cases}$$

- a) 1                          b) 2                          c) 3  
d) 4                          e) 5

9. Resuelve:

$$(x+2)(x+1) - \frac{1}{x+5} < x(x+2) - \frac{1}{x+5}$$

- a)  $x \in <-\infty; 2>$   
b)  $x \in <-\infty; 0>$   
c)  $x \in <0; +\infty>$   
d)  $x \in <-\infty; -2> - \{-5\}$   
e) N.A.

10. Resuelve:

$$\frac{4x-1}{5} \geq \frac{3x-2}{3}$$

- a)  $x > 7/3$                   b)  $x < 7/3$                   c)  $x \geq 1$   
d)  $x \leq 2$                       e)  $x \leq 7/3$

11. Resuelve:

$$(x-2)^2 - 7 > (x-3)^2$$

- a)  $x < 5$                       b)  $x > 6$                       c)  $x < 3$   
d)  $x < 1$                       e)  $x > 0$

12. Resuelve:

$$\frac{x+3}{2} + \frac{x-1}{4} > 2$$

- a)  $<-\infty; 1>$                   b)  $<-1; +\infty>$                   c)  $<1; +\infty>$   
d)  $<2; +\infty>$                       e)  $<3; +\infty>$