

# Álgebra

## IDENTIDAD DE STEVIN Y BINOMIO AL CUBO

### Identidad de Stevin

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

#### Ejemplos:

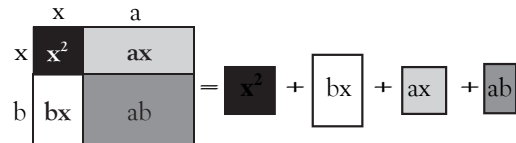
- \*  $(x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + 2 \cdot 3$   
 $= x^2 + 5x + 6$
- \*  $(x + 5)(x - 2) = x^2 + (5 - 2)x + (5)(-2)$   
 $= x^2 + 3x - 10$
- \*  $(x - 7)(x + 2) = x^2 + (-7 + 2)x + (-7)(2)$   
 $= x^2 - 5x - 14$
- \*  $(x - 2)(x - 1) = x^2 + (-2 - 1)x + (-2)(-1)$   
 $= x^2 - 3x + 2$

### Simon Stevin

El matemático más eminente en los Países Bajos fue Simon Stevin de Brujas.

Stevin, que apoyaba la facción protestante encabezada por Guillermo de Orange en su lucha contra la católica España, fue tolerante, sino indiferente, en materia religiosa. Bajo el príncipe Mauricio de Nassau ocupó el cargo de Intendente General y de Comisario de Obras Públicas, y durante un tiempo fue tutor del príncipe en Matemáticas.

Geoméricamente la identidad de Stevin se demuestra así:



$$(x+a)(x+b) = x^2 + bx + ax + ab$$

Según sus áreas:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (a + b)x + ab$$

### Binomio al Cubo

Formas desarrolladas:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Formas abreviadas:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

#### Ejemplo 1:

Si  $x + y = 6$  y  
 $xy = 7$ ,  
halla:  $N = x^3 + y^3$ .

#### Resolución:

Recordando el producto notable.

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

Reemplazando:

$$6^3 = x^3 + y^3 + 3(7)(6)$$

Despejando:

$$x^3 + y^3 = 6^3 - 3(7)(6)$$

$$x^3 + y^3 = 90$$



**Ejemplo 2:**

Si  $x - 1/x = 1$ , calcula  $P = x^3 - 1/x^3$ .

**Resolución:**

Recordando:  $(x - 1/x)^3 = x^3 - 1/x^3 - 3(x)(1/x)(x - 1/x)$

Reemplazando:  $1^3 = P - 3(1)$

Despejando:

$$1 + 3 = P$$
$$P = 4$$

**EJERCICIOS RESUELTOS**

1. Si  $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = ax^3 + b$ , calcula  $\sqrt{a + b}$ .

**Resolución:**

Recordando:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

En el problema:

$$(x + 2)(x^2 - (x)(2) + 2^2) \equiv ax^3 + b$$
$$x^3 + 2^3 \equiv ax^3 + b$$

Entonces  $a = 1, b = 8$

Luego  $\sqrt{a + b} = \sqrt{1 + 8} = 3$

2. En la expresión:

$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ , se cumple que:

$a + b = 2$  y  $a^2 - ab + b^2 = 5$ .

Halla  $M = a^3 + b^3$ .

**Resolución:**

Recordando:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) \equiv a^3 + b^3$$

Reemplazando los datos:

$$(2)(5) \equiv a^3 + b^3$$

$$10 \equiv a^3 + b^3$$

Por lo tanto:

$$M = a^3 + b^3 = 10$$

3. Determina el valor numérico de

$M = (x + 3)(x + 2)$ , sabiendo que  $x^2 + 5x = 2$ .

**Resolución:**

Por la identidad de Stevin:

$$M = (x + 3)(x + 2) = x^2 + (3 + 2)x + 3 \cdot 2$$
$$= x^2 + 5x + 6$$

Pero:  $x^2 + 5x = 2$

Entonces:

$$M = x^2 + 5x + 6$$
$$= (2) + 6$$
$$= 8$$

4. Si  $(x - 4)(x + 2) = mx^2 - nx - p$ , determina  $\sqrt{n + p - m}$ .

**Resolución:**

Por la identidad de Stevin:

$$(x - 4)(x + 2) = x^2 + (-4 + 2)x + (-4)(2)$$
$$= x^2 - 2x - 8$$

Por dato:

$$mx^2 - nx - p \equiv x^2 - 2x - 8$$

Luego:  $m = 1, n = 2, p = 8$

Entonces:

$$\sqrt{n + p - m} = \sqrt{2 + 8 - 1} = 3$$

5. Si  $a + b = 3$  y  $ab = 1$ , halla  $a^3 + b^3$ .

**Resolución:**

Recordando:

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

Reemplazando:

$$(3)^3 = a^3 + b^3 + 3(1)(3)$$

$$27 = a^3 + b^3 + 9$$

$$18 = a^3 + b^3$$

Por lo tanto:

$$a^3 + b^3 = 18$$

## Resolviendo en clase

1 Si:

$$(x - 2)^3 = mx^3 + nx^2 + px + q,$$

halla  $\frac{m + p + q}{m + n}$

*Resolución:*

*Rpta:*

2 Si:

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = ax^3 + b,$$

calcula  $\sqrt{a + b}$ .

*Resolución:*

*Rpta:*

3 Simplifica:

$$M = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

*Resolución:*

*Rpta:*

4 Reduce:

$$G = \frac{(a - b)^3 + b^3 + 3ab(a - b)}{a^3}$$

*Resolución:*

*Rpta:*

- 5 Determina el valor numérico de:  
 $M = (x + 3)(x + 2)$ , sabiendo que  $x^2 + 5x = 2$ .

*Resolución:*

- 6 Calcula:  
 $(x + 4)(x + 8)$  si:  $\sqrt{x^2 + 12x} = 4$

*Resolución:*

*Rpta:*

*Rpta:*

## Ahora en tu cuaderno

7. Si:  
 $(x + 2)(x + 5) = mx^2 + nx + p$ , halla  $\sqrt{m + p \cdot n}$

10. Si  $a + b = 2$  y  $ab = 3$ , calcula el valor de

$$M = \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2}$$

8. Si  $x + y = 4$ ;  $xy = 2$ , calcula  $x^3 + y^3$ .

11. Si  $x = 2 + \sqrt[5]{5}$ , halla:

$$x^3 - 8 - 6x^2 + 12x$$

9. Si  $x + 1/x = 3$ ,  
calcula el valor de  $G = \sqrt{x^2 + x^3 + x^{-2} + x^{-3}}$

12. Si  $x + 1/x = 4$ , halla  $x^2 + 1/x^2$ .

## Para reforzar

1. Si:

$$(x + 1)^3 = ax^3 + bx^2 + cx + d, \text{ halla}$$

$$K = \frac{a+b}{c+d}$$

- a) 1                      b) 3                      c) 4  
d) 1/3                      e) 2/3

2. Se cumple que:

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = mx^3 + n.$$

Halla  $m + n$ .

- a) -26                      b) 25                      c) -27  
d) 26                      e) -28

3. En la siguiente identidad:

$$(x + 1)(x + 2) = ax^2 + bx + c.$$

Calcula  $\sqrt{c} a + b$ .

- a) 3                      b) 1                      c) 2  
d) 5                      e) 4

4. Reduce:

$$N = (x+3)(x+2) + (x-3)(x-2) - 2x^2$$

- a) 0                      b)  $x^2$                       c)  $2x^2$   
d) 6                      e) 12

5. Simplifica:

$$M = (x + 2)(x - 1) - (x + 3)(x - 2)$$

- a) 4                      b) 2                      c) 6  
d) -2                      e) 0

6. Si  $a + b = 3$  y  $ab = 1$ , halla

$$a^3 + b^3 \text{ en la siguiente expresi3n: } (a + b)^3$$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

- a) 27                      b) 18                      c) 9  
d) 3                      e) 0

7. En la expresi3n:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2), \text{ se cumple que } a + b = 2 \text{ y}$$

$$a^2 - ab + b^2 = 5 \text{ Halla } M = a^3 + b^3$$

- a) 2                      b) 5                      c) 10  
d) 3                      e) 25

8. Si  $(x - 4)(x + 2) = mx^2 - nx - p$ ,

determina  $\sqrt{n + p - m}$ .

- a) 4                      b) 3                      c) 2  
d) 1                      e) 5

9. Reduce la expresi3n:

$$(x + 1)(x + 3) - x^2 - 3 + 12x$$

- a) 2x                      b) 3x                      c) 10x  
d) 12x                      e) 16x

10. Si  $a + b = 4$  y  $ab = 1$ , halla: S

$$= a^3 + b^3$$

- a) 52                      b) 51                      c) 50  
d) 49                      e) 60

11. Si:

$$x^3 + y^3 = 280; x + y = 10, \text{ calcula } xy.$$

- a) 2                      b) 18                      c) 24  
d) 32                      e) 26

12. Determina el valor de:

$$a^3 - b^3 \text{ si } a - b = 6 \text{ y } a^2 + ab + b^2 = 8.$$

- a) 6                      b) 4                      c) 8  
d) 3                      e) 48