

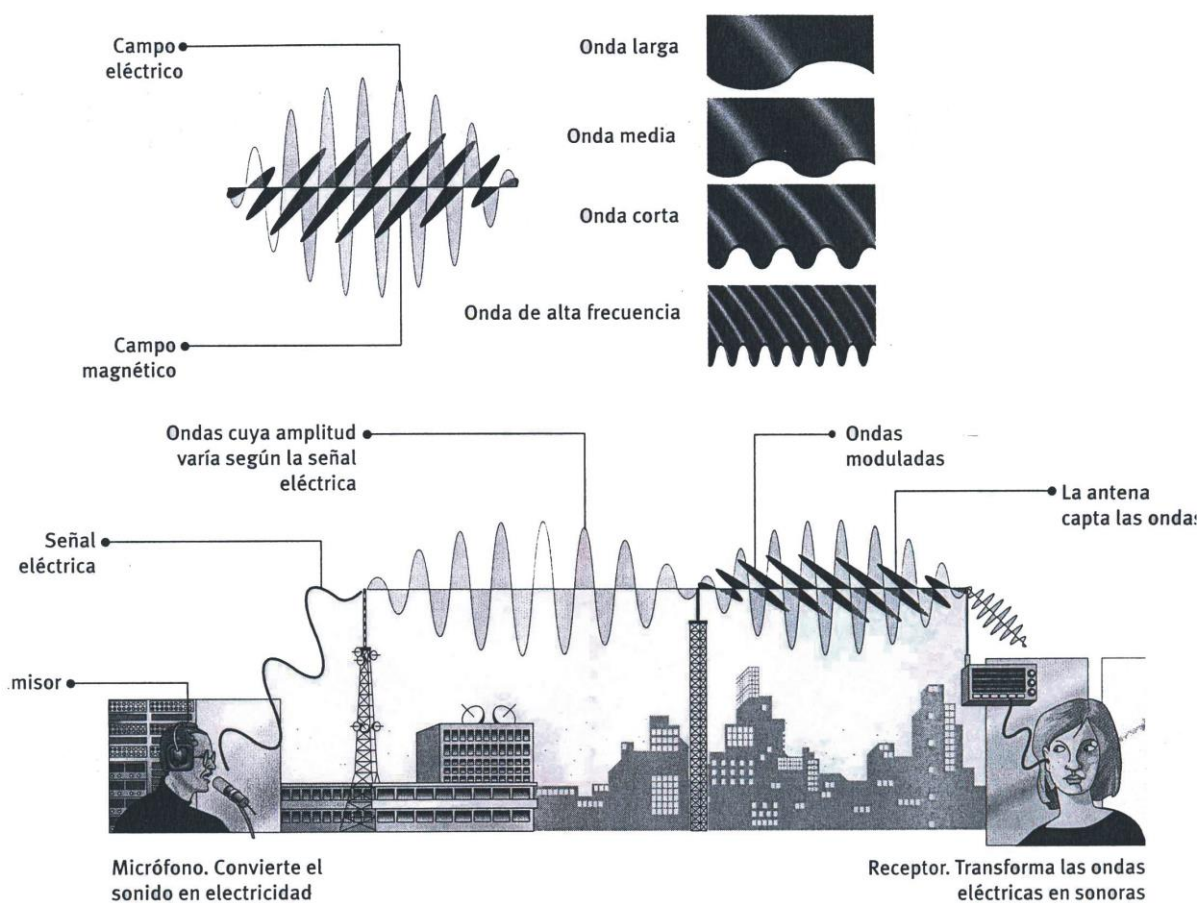


Trigonometría

FUNCION I

MOTIVACIÓN

TELEFONÍA MÓVIL



INTRODUCCIÓN HISTÓRICA

La definición moderna del concepto de función se debe al matemático francés Agustin-Louis Cauchy (1879-1857). Cauchy inició la sistematización de la teoría de grupos, imprescindible en el Álgebra moderna, y fue uno de los precursores del rigorismo en Matemáticas.

La noción de límite es una idea central en la Matemática actual y es la base de otras ideas fundamentales como la derivada o la integral. Su gestación a lo largo de la historia de la Matemática, hasta llegar a la claridad con que hoy se expone, fue lenta y tortuosa. hasta principios del siglo XIX los matemáticos trabajaban con límites sin tener muy claro su verdadero significado.

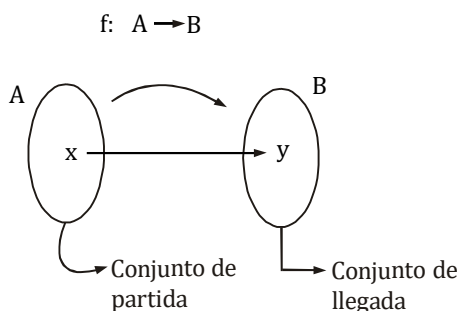
La experiencia docente de quien suscribe aconseja tratar el concepto de límite de la forma más intuitiva posible. Por ello nos apoyaremos más en la idea gráfica del límite que en el formalismo de las definiciones.

FUNCIÓN

Sean A y B dos conjuntos no vacíos, se llama función de A en B a la relación donde a cada uno de los elementos de A le corresponde un único elemento de B.

Al conjunto A se le conoce como conjunto de partida y al conjunto B como el conjunto de llegada.

Entonces:



Notación: $y = f(x)$

Esta relación permite afirmar que “y” depende de “x” por medio de una regla de correspondencia; es decir “y” está en función de “x”

Ejemplo: $y = f(x) = 4x^2 + 3$

También se puede definir a una función como todo conjunto no vacío de pares ordenados, con la condición de que no hay dos pares diferentes con una misma primera componente.

Si

A y B son dos conjuntos compuestos por elementos que pertenecen el conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$) entonces la función se define como:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

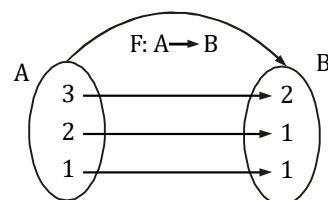
$$F = \left\{ \underset{\substack{\uparrow \\ \text{1}^{\text{ra}} \text{ componente}}}{x}; \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2}^{\text{da}} \text{ componente}}}{y} \right\} / y = f(x); x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}$$

Ejemplo:

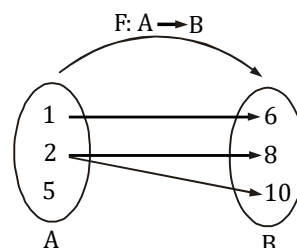
Dado: $F = \{(3;2), (2;1), (1;0)\}$
determinar si es una función.

Resolución:

Por definición sabemos que ninguna de las primeras componentes de los pares ordenados se puede repetir entonces que afirma que F es una función.



Ejemplo: Dado el siguiente diagrama de conjuntos determinar si corresponde a una función.

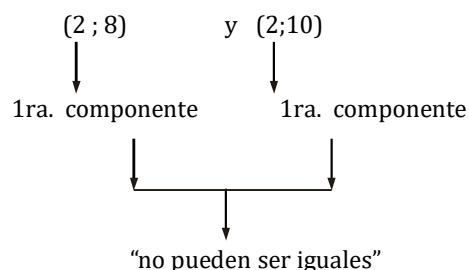


Resolución:

Escribimos:

$$F = \{(1;6), (2;8), (2;10)\}$$

Notamos que existen dos pares ordenados que tienen los primeros componentes iguales por lo tanto; F no es función



2. Dominio de una Función:

Es el conjunto de las primeras componentes de los pares ordenados que pertenecen a la función:

$$D_f = \{x / (x; y) \in F\}$$

Ejemplo:

- Determinar el dominio de la función F

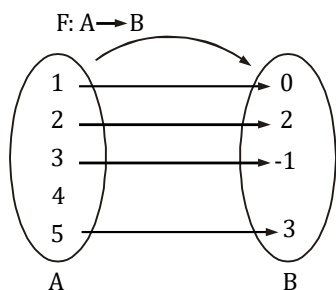
$$F = \{(3; 5), (4; 6), (5; 7)\}$$

Resolución:

Por definición; el dominio son las primeras componentes:

$$D_f = \{3; 4; 5\}$$

- Determinar el dominio en el siguiente diagrama.



Resolución:

Del diagrama mostrado tenemos:

$$D_f \{1; 2; 3; 5\}$$

Para el dominio en este caso sólo se considera a aquellos elementos que tienen elementos en el conjunto de llegada "B"

3. Rango de una Función:

Es el conjunto de los segundos componentes de los pares ordenados que pertenecen a la función.

$$R_f \{y / (x; y) \in F\}$$

Ejemplo:

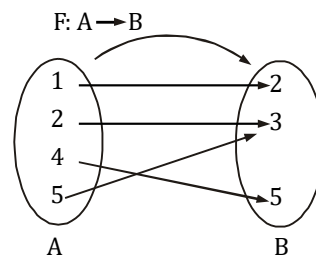
- Determinar el rango de la función F

$$F = \{(1; 2); (2; 3); (4; 5); (5; 3)\}$$

Resolución:

Por definición tenemos:

$$R_f = \{2; 3; 5\}$$



Observar que los 2dos componentes se pueden repetir; pero las 1ras componentes no se pueden repetir.

4. Gráfica de una Función:

Para graficar una función es necesario que cada par ordenado sea ubicada en un plano cartesiano; es decir se tabulan los valores definidos en el dominio.

Ejemplo:

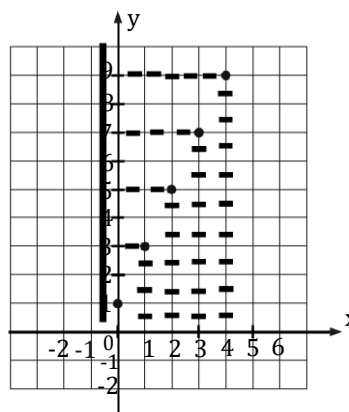
Graficar la función:

$$f(x) = 2x + 1 \quad ; \quad D_f = \{0; 1; 2; 3; 4\}$$

Resolución:

Primero tabulamos los valores del dominio en $y = f(x) = 2x + 1$; luego ubicamos los pares ordenados en el plano cartesiano.

x	y=f(x)=2x+1
0	1
1	3
2	5
3	7
4	9



Nota

Cuando una gráfica esta representada sólo por puntos es llamada "Función discreta"

Ejemplo:

Graficar la función:

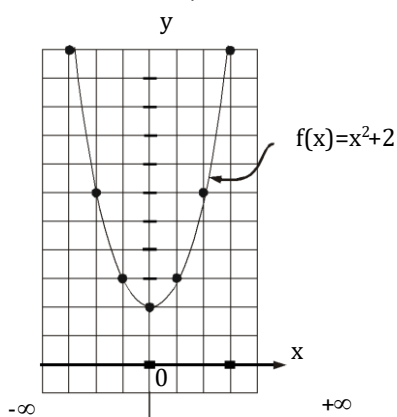
$$f(x) = x^2 + 2; x \in \langle -\infty; +\infty \rangle$$

Resolución:

Tabulamos algunos valores.

$$y = f(x) = x^2 + 2$$

x	y
-2	6
-1	3
0	2
1	3
2	6
3	11

**Nota**

Cuando la gráfica de la función es una línea continua, es llamada justamente "Función continua".

Ejemplo

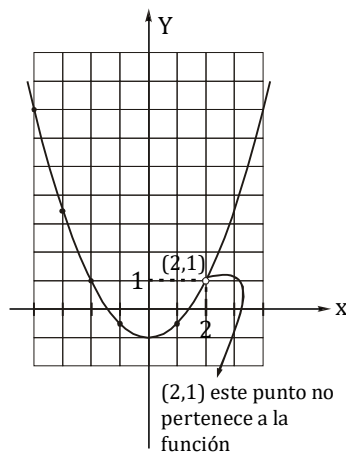
Graficar la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} - 1 \quad x \in \langle -\infty; 2 \rangle \cup \langle 2; +\infty \rangle$$

Resolución:

Tabulamos algunos valores, luego unimos los puntos con una curva

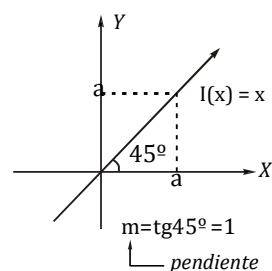
x	y
-4	7
-3	3,5
-2	1
0	-1
1	-0,5
②	①
3	3,5
4	7

**Nota**

Esta función es discontinua en el punto (2;1)

5. Funciones especiales:**5.-1.- Función Identidad**

- a) Regla de correspondencia $I(x) = x$
- a) Dominio: $x \in \mathbb{R}$; rango $\in \mathbb{R}$ su gráfica es una recta que pasa por el origen y es bisectriz del primer cuadrante.

**5.-2.- Función constante:**

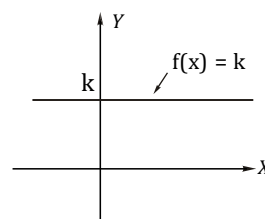
- a) Regla de correspondencia

$$f(x) = k; k \in \mathbb{R}$$

- b) Dominio: $x \in \mathbb{R}$

Rango es k

Su gráfico es siempre una recta horizontal.



5.-3.- Función Nula:

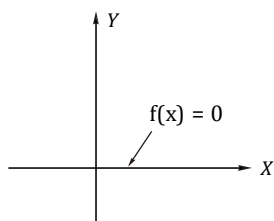
a) Su regla de correspondencia es:

$$f(x) = 0$$

b) Dominio = $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Rango } f = \{0\}$$

Su gráfico coincide con el eje "x"



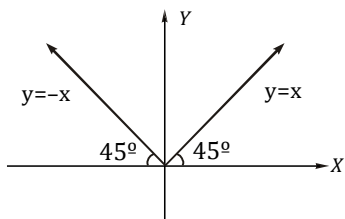
5.-4.- Función valor absoluto:

a) Regla de correspondencia:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

b) Dominio: $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Rango} \in [0; +\infty)$$



5.-5.- Función Raíz Cuadrada:

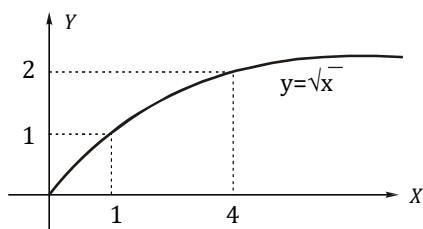
a) Regla de correspondencia.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

b) Dominio: $x \in [0; +\infty)$

$$\text{Rango} \in [0; +\infty)$$

Su gráfico es una "media" parábola.



5.6.- Función Lineal

a) Regla de Correspondencia:

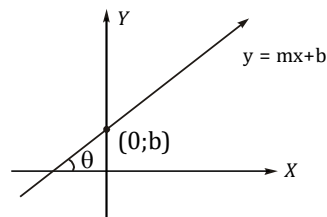
$$f(x) = mx + b ; m \neq 0$$

Pendiente $\swarrow$ $\searrow$ ordenada en el origen

$$m = \text{tg } \theta$$

b) Dominio: $x \in \mathbb{R}$

$$\text{rango} \in \mathbb{R}$$



5.-7.- Función Cuadrática:

a) Regla de correspondencia:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a \neq 0$$

b) Dominio: $x \in \mathbb{R}$

Rango: se presentan 2 casos

b.1.- si $a > 0$

$$\text{Rango} \in \left[c - \frac{b^2}{4a}; +\infty \right)$$

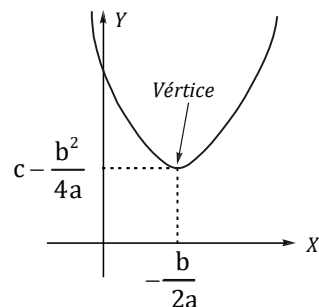
b.2.- Si $a < 0$

$$\text{Rango} \in \left(-\infty; c - \frac{b^2}{4a} \right]$$

La gráfica de la función cuadrática es una parábola de eje paralelo al eje "y"

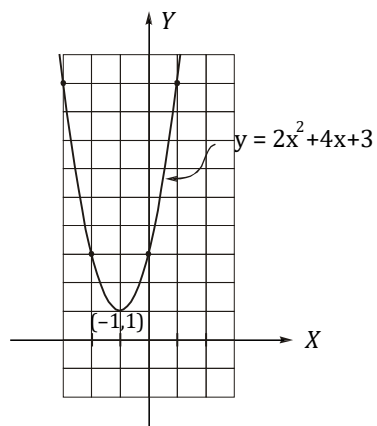
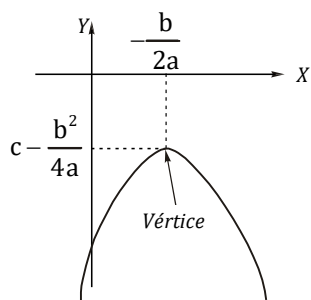
b.1.-) Si $a > 0$

$b < 0$



b.2.-) Si $a > 0$

$b < 0$



El vértice de la parábola es $V\left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$

Ejemplo: Graficar la función:

$$y = 2x^2 + 4x + 3$$

Resolución:

$$a = 2 > 0$$

$$b = 4$$

$$c = 3$$

Vértice:

$$x = \frac{b}{2a} = \frac{4}{2(2)} = -1$$

$$y = c - \frac{b^2}{4a} = 3 - \frac{4^2}{4(2)} = 1$$

$$V(-1;1)$$

x	y
-3	9
-2	3
-1	1
0	3
1	9
2	19

Resolviendo en clase

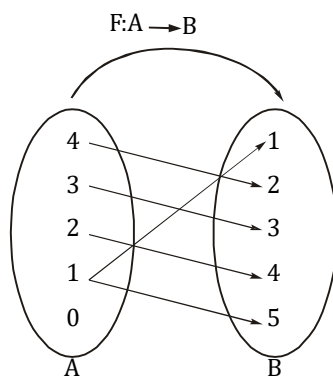
- 1 Determinar si “F” es una función;

$$F = \{(1; 2), (3; 4), (-5; -2), (-2; 2)\}$$

Resolución:

Rpta:

- 2 Determinar si F es una función:



Resolución:

Rpta:

- 3 Determinar “a” para que “H” sea una función.

$$H = \{(m; a), (m; 3)\}$$

Resolución:

Rpta:

- 4 Determinar: $a + b$ para que “F” sea una función:

$$F = \{(3; 5), (a; 7), (b; 5), (1; 7), (a; b)\}$$

Resolución:

Rpta:

5 Graficar:

$$f(x) = x; x \in [-2; 3]$$

Resolución:

6 Graficar:

$$g(x) = x + 4$$

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

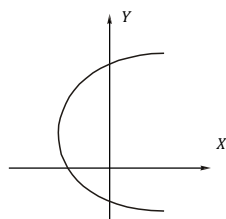
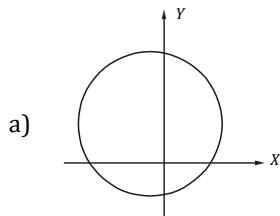
7. Graficar:

$$g(x) = x^2; x \in [-1; 2]$$

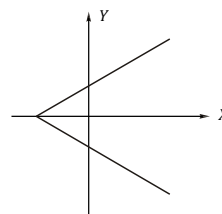
8. Graficar:

$$h(x) = x^2 + 3; x \in \mathbb{R}$$

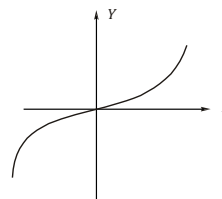
9. Determinar cual de los gráficos es una función.



c)



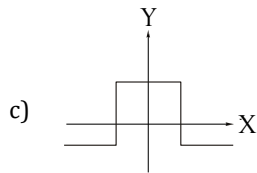
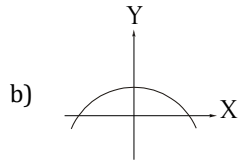
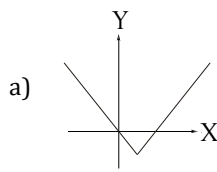
d)



10. Determinar: $x+y$ si "F" es una función b)

$$F = \{(4; x+1); (4; 2), (4; y+3)\}$$

11. Indicar verdadero o falso si los gráficos son funciones



12. Graficar

$$g(x) = x^2 + 1 ; x \in \mathbb{R}$$

Para reforzar

1. Determinar "x/y" si "G" es una función:

$$G = \{(-2; x), (-2; 4), (-1; 2y), (-1; 4)\}$$

- a) 1 b) 3 c) 2
d) 4 e) 5

2. Graficar la función:

$$F = \{(1; 2), (2; -2), (3; 0), (4; -3)\}$$

4. Graficar:

$$g(x) = x^2 - 3 ; x \in \mathbb{R}$$

5. Determinar si "G" es una función:

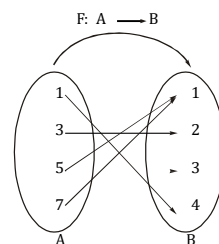
$$G = \{(-1; -1), (2; -1), (3; -1)\}$$

Rpta:

3. Graficar:

$$f(x) = |x + 4| ; x \in [-2, 3]$$

6. Determinar si "F" es una función



Rpta:

Para reforzar

7. Determinar “x” para que F sea una función;

$$F = \{(x+1; x+2); (x+1; 2)\}$$

- a) 2 b) -1 c) 0
d) -2 e) 3

8. Graficar

$$f(x) = 2x + 3; x \in [-4; 0 \rangle$$

9. Graficar

$$g(x) = x^2 - 1; x \in \langle 2; 2 \rangle$$

10. Graficar:

$$F = \{(-1; -2); (-2; -3); (-4; 3)\}$$

11. Graficar:

$$f(x) = 3 - 2x; x \in \square$$

12. Graficar

$$g(x) = x^2 + 1; x \in \langle 2; 3 \rangle$$