

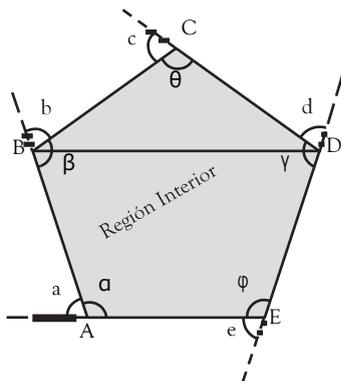
# POLIGONOS

## Introducción

El ser humano en el transcurso de su desarrollo tuvo la necesidad de delimitar parte de terrenos de cultivo mediante regiones poligonales (rectángulos, cuadrados, etc.). Hoy en día hay construcciones poligonales, como el .....(pentágono).

## Definición

El polígono es una figura geométrica cerrada que se forma al unir tres o más puntos no colineales mediante segmentos de recta.



## Elementos

- Vértices :  $A, B, C, D$  y  $E$ .
- Lados :  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}$  y  $\overline{AE}$ .
- Ángulos Internos :  $\alpha, \beta, \theta, \gamma$  y  $\phi$ .
- Ángulos Externos :  $a, b, c, d$  y  $e$ .
- Diagonal :  $\overline{BD}$

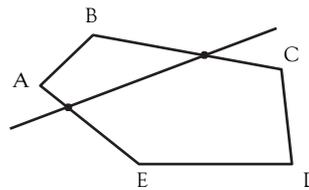
PERÍMETRO (2p)  
2p : Suma de lados

*Notación:* Polígono ABCDE.

La diagonal es la unión de dos puntos no consecutivos del polígono.

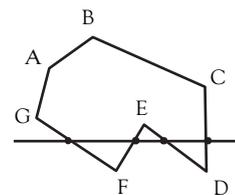
## Clasificación

- **Polígono Convexo:** Sus ángulos internos son convexos. Cualquier recta secante determina sólo dos puntos de corte.



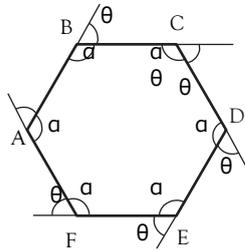
ABCDE es un polígono convexo.

- **POLÍGONO NO CONVEXO:** Si una recta puede determinar más de dos puntos de corte.



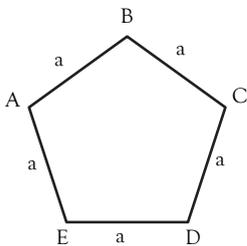
ABCDEF es un polígono no convexo.

- **Polígono Equiángulo:** Es aquel polígono cuyos ángulos internos tienen igual medida; dicho polígono siempre es convexo.



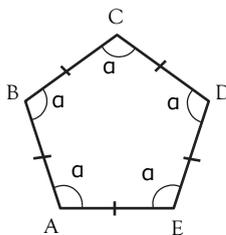
ABCDEF es un polígono equiángulo.

- **Polígono Equilátero:** Es aquel polígono cuyos lados son de igual longitud.



ABCDE es un polígono equilátero.

- **Polígono Regular:** Es aquel polígono convexo equiángulo y equilátero a la vez.



ABCDE es un polígono regular.

Los polígonos se nombran por el número de lados.	
N.º de Lados	Polígono
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono

### Propiedades para Polígonos Convexos

- \* En todo polígono de "n" lados.

$\begin{aligned} \text{N.º Vértices} &= \text{N.º de Lados} = \text{N.º} \\ \text{Ángulos Internos} &= n \end{aligned}$
---

- \* En un polígono convexo de "n" lados, la suma de los ángulos internos es:

$$S_i = 180(n - 2)$$

- \* En un polígono convexo de "n" lados, la suma de los ángulos externos es:

$$S_e = 360^\circ$$

- \* Para un polígono regular, la medida de un ángulo interior es:

$$m \sphericalangle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n} \quad \text{Donde "n" es el número de lados.}$$

- \* Para un polígono regular, la medida de un ángulo exterior es:

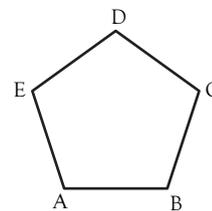
$$m \sphericalangle e = \frac{360^\circ}{n} \quad \text{Donde "n" es el número de lados.}$$

- \* Número de diagonales:

$$N_d = \frac{n(n-3)}{2}$$

### Ejemplo:

El polígono ABCDE es equilátero. Calcule AB si  $ED + DC = 12$ .

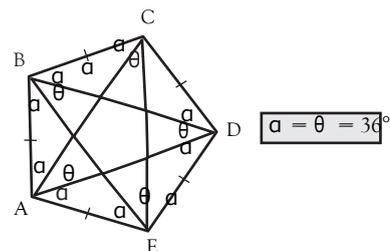


### Resolución:

$$\begin{aligned} AB = BC = CD = DE = EA = n \\ 2n = 12 \\ n = 6 \quad \Rightarrow \quad AB = 6 \end{aligned}$$

### Demostración

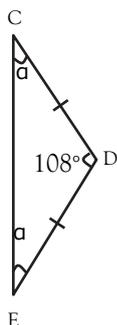
- 1) En un pentágono regular al trazar todas las diagonales se determinan en cada vértice ángulos de  $36^\circ$ .



En cada vértice:

$$m \sphericalangle i = \frac{180^\circ(n-2)}{n} = \frac{180^\circ(5-2)}{5} \quad m \sphericalangle i = 108^\circ$$

$\triangle CDE$  Isósceles:

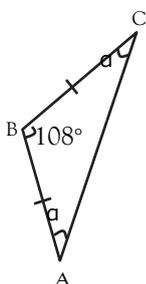


$$2a + 108^\circ = 180^\circ$$

$$a =$$

$$36^\circ$$

$\triangle ABC$  Isósceles:



$$2a + 108^\circ = 180^\circ$$

$$a = 36^\circ$$

Luego en el vértice C del polígono;

$$a + \theta + a = 108^\circ$$

$$\theta = 36^\circ$$

$\therefore$  En cada vértice se determinan ángulos de  $36^\circ$ .

### EJERCICIOS RESUELTOS

1. Calcule el número de diagonales medias que se pueden trazar desde un vértice en un polígono en el cual la sustracción entre la suma de medidas de ángulos internos y la suma de medidas de ángulos externos es  $360^\circ$ .

**Resolución:**

- \* Sea "n" el número de lados del polígono y "x" el número de diagonales medias que se pueden trazar desde un vértice.

$$\text{Entonces: } x = n - 1.$$

- \* Dato:  $180^\circ (n-2) - 360^\circ = 360^\circ$

$$n = 6$$

$$\text{Finalmente: } x = 6 - 1$$

$$x = 5$$

2. Calcule la sustracción entre el número de diagonales medias y el número de diagonales de un polígono en el cual el número de diagonales es igual a su número de lados.

**Resolución:**

- \* Sea "n" el número de lados del polígono y "x" el valor de la sustracción entre el número de diagonales medias y el número de diagonales.

$$\text{Entonces: } x = \frac{n(n-1)}{2} - \frac{n(n-3)}{2}$$

- \* Dato:  $\frac{n(n-3)}{2} = n \rightarrow n = 5$

- \* Finalmente:  $x = \frac{5(5-1)}{2} - \frac{5(5-3)}{2}$

$$x = 5$$

3. Las medidas de los ángulos interiores de dos polígonos regulares difieren en  $10^\circ$  y uno de ellos tiene 6 lados menos que el otro. Calcule el mayor número de lados.

**Resolución:**

- \* Si "n" es el número de lados de un polígono regular. Entonces: "n-6" es el número de lados del otro polígono regular.

- \* Para el polígono regular de "n" lados la medida de su ángulo interior será:

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n}$$

- \* Para el polígono regular de "n-6" lados la medida de su ángulo interior será:

- \* Dato:

$$180^\circ \cdot \frac{(n-8)}{n-6}$$

$$\frac{180^\circ(n-2)}{n} - 180^\circ \cdot \frac{(n-8)}{n-6} = 10^\circ$$

$$180^\circ \cdot \left[ \frac{(n-6)(n-2) - n(n-8)}{n(n-6)} \right] = 10^\circ$$

$$18[n^2 - 8n + 12 - n^2 + 8n] = n(n-6)$$

$$18 \times 12 = n(n-6)$$

$$18 \times (18-6) = n(n-6)$$

- \* Por analogía:  $n = 18$

- Calcule la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono en el cual la sustracción entre el número de diagonales medias y el número de ángulos llanos a que equivale la suma de las medidas de sus ángulos internos es igual a 4.

**Resolución:**

- Si “n” es el número de lados de un polígono y “x” la suma de las medidas de los ángulos internos del polígono, entonces:  $x=180^\circ(n-2)$

- Dato:

$$\begin{aligned} \frac{n(n-1)}{2} - (n-2) &= 4 \\ n^2 - n - 2n + 4 &= 8 \\ n^2 - 3n - 4 &= 0 \\ \begin{array}{r} n \quad -4 \\ \times \quad +1 \\ \hline \end{array} & \\ \underbrace{(n-4)}_0 \underbrace{(n+1)}_0 &= 0 \end{aligned}$$

- Finalmente:

$$n=4 \text{ o } n=-1$$

como el número de lados no puede ser negativo:

$$n=4$$

$$\Rightarrow x=180^\circ(4-2)$$

$$x=180^\circ(2)$$

$$\therefore \boxed{x=360^\circ}$$

- En un polígono convexo, la suma de las medidas de sus ángulos interiores y exteriores es  $3960^\circ$ . Calcule el mínimo número de ángulos interiores obtusos que puede tener dicho polígono.

**Resolución:**

- Sea “n” el número de lados de un polígono y “x” la incógnita.

$$\text{Entonces: } x=n-3$$

- Dato:  $180^\circ(n-2)+360^\circ=3960^\circ$

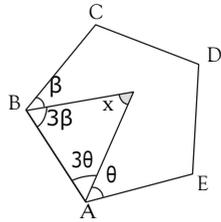
$$n=22$$

$$x=22-3$$

$$\boxed{x=19}$$

## Resolviendo en clase

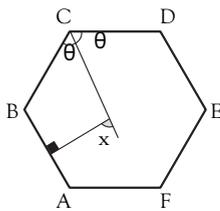
- 1 Calcule "x" si ABCDE es un pentágono regular.



*Resolución:*

*Rpta:*

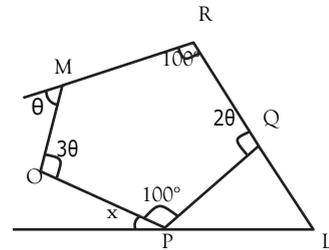
- 2 Calcule "x" si ABCDEF es un hexágono regular.



*Resolución:*

*Rpta:*

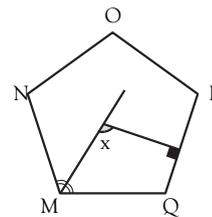
- 3 Calcule "x" si  $PQ = QL$ .



*Resolución:*

*Rpta:*

- 4 Si MNOPQ es un pentágono regular, calcule "x".



*Resolución:*

*Rpta:*

- 5 ¿Cuál es el polígono convexo cuyo número total de diagonales excede en 25 al número de sus ángulos exteriores?

*Resolución:*

- 6 ¿Cuál es el polígono regular cuyo número total de diagonales excede en 12 al número de sus ángulos exteriores?

*Resolución:*

**Rpta:**

**Rpta:**

## Ahora en tu cuaderno

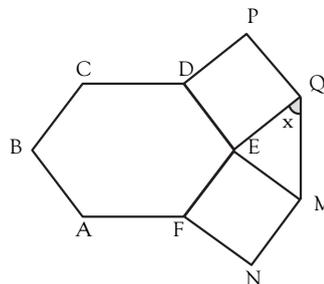
7. En un polígono equilátero cuyo lado mide 4, su número de diagonales es igual al cuádruplo del número que expresa el perímetro de la región que limita dicho polígono. Calcule el número de lados de dicho polígono.

8. Dos ángulos de un pentágono convexo miden  $120^\circ$  cada uno. Calcule la medida de cada uno de los otros tres si se sabe que ellos también son iguales entre sí.

9. Un ángulo exterior de un polígono equiángulo es los  $\frac{2}{7}$  del ángulo recto. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

10. ¿En qué polígono convexo se cumple que el número de vértices es igual a la tercera parte del número de diagonales?

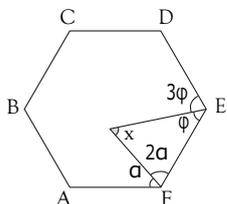
11. Si ABCDEF es un hexágono regular y PQED y MNFE son cuadrados, calcule "x".



12. Calcule el perímetro de un cuadrado si el segmento que une el punto de corte de las diagonales con la cuarta parte de uno de los lados mide  $2\sqrt{5}$ .

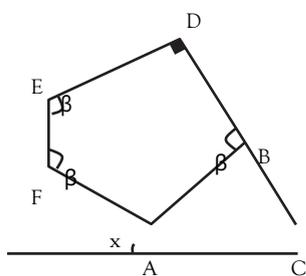
## Para reforzar

1. Calcule "x" si ABCDEF es un hexágono regular. =4



- a)  $70^\circ$                       b)  $80^\circ$                       c)  $60^\circ$   
d)  $10^\circ$                         e)  $40^\circ$

2. Calcule "x" si  $AB = BC$ .



- a)  $20^\circ$                       b)  $30^\circ$                       c)  $50^\circ$   
d)  $45^\circ$                         e)  $60^\circ$

3. ¿En qué polígono convexo se cumple que el número de vértices es igual a la mitad del número de diagonales?

- a) Pentágono                      b) Decágono  
c) Dodecágono  
d) Hexágono                        e) Heptágono

4. En un polígono convexo la suma de los ángulos internos excede en  $720^\circ$  a la suma de los ángulos exteriores. Calcule su número de diagonales.

- a) 14                              b) 20                              c) 27  
d) 35                                e) 44

5. Calcule el número de diagonales de un polígono convexo cuyos ángulos interiores suman  $900^\circ$ .

- a) 11                              b) 12                              c) 13  
d) 14                                e) 15

6. Un ángulo exterior de un polígono equiángulo mide  $30^\circ$ . ¿Cuántos lados tiene dicho polígono?

- a) 12                              b) 6                                c) 15 d)  
10                                      e) 8

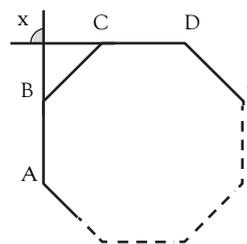
7. Calcule la medida del ángulo central de aquel polígono regular cuyo ángulo interior mide  $158^\circ$ .

- a)  $10^\circ$                       b)  $12^\circ$                       c)  $22^\circ$   
d)  $36^\circ$                         e)  $54^\circ$

8. Determina cuántos ángulos internos tiene un polígono, sabiendo que la suma del número de vértices y el número de diagonales es igual al triple del número de lados.

- a) 3                                b) 5                                c) 7  
d) 15                                e) 20

9. Calcule "x" si ABCD... es un octógono equiángulo.



- a)  $75^\circ$                       b)  $90^\circ$                       c)  $80^\circ$   
d)  $60^\circ$                         e)  $100^\circ$

10. Determina el número de diagonales de un polígono, sabiendo que la suma de las medidas de sus ángulos internos equivalen a la medida de doce ángulos rectos.

- a) 8                                b) 14                                c) 12  
d) 20                                e) 32

11. Si la medida de un ángulo interior y exterior de un polígono regular están en la relación de 7 a 2, calcule el número de diagonales que tiene el polígono.

- a) 21                      b) 24                      c) 25  
d) 26                      e) 27

12. Se tiene un pentágono regular ABCDE, calcule el mayor ángulo que forman las diagonales  $\overline{AD}$  y  $\overline{BE}$  al interceptarse.

- a)  $72^\circ$                       b)  $84^\circ$                       c)  $108^\circ$   
d)  $112^\circ$                       e)  $120^\circ$