NUMEROS PRIMOS

$Z^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

Los números enteros positivos (Z^+), se pueden clasificar de acuerdo a la cantidad de divisores Z^+ que poseen:

- Z^+
  - Números Simples
    - Números Primos
    - La Unidad
  - Números Compuestos

NÚMEROS SIMPLES:

A) La Unidad

Es el único Z^+ que posee un solo divisor.

$$1 \quad : \quad \underbrace{1}_{\text{Divisor}}$$

B) números Primos

Llamados también primos absolutos, son aquellos números que poseen únicamente dos divisores: la unidad y al mismo número.

Ejemplo :

$$\begin{array}{rcl} 2 & : & 1 ; 2 \\ 5 & : & 1 ; 5 \\ 17 & : & 1 ; 17 \\ 23 & : & \underbrace{1 ; 23}_{\text{Divisores}} \end{array}$$

NÚMEROS COMPUESTOS:

Son aquellos que poseen más de dos divisores.

Ejemplo :

$$\begin{array}{rcl} 4 & : & 1;\ 2;\ 4 \\ 6 & : & 1;\ 2;\ 3;\ 6 \\ 12 & : & 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 6;\ 12 \\ 20 & : & \underbrace{1;\ 2;\ 4;\ 5;\ 10;\ 20}_{\text{Divisores}} \end{array}$$

Observación

Todo número compuesto, posee una cantidad de divisores simples y divisores compuestos.

Ejemplo :

$$12 \quad : \quad \underbrace{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12}_{\text{Divisores}}$$

De los divisores de 12 son:
Simples $\rightarrow$ 1; 2; 3 Primos $\rightarrow$ 2; 3
Compuestos $\rightarrow$ 4; 6; 12

EN GENERAL

$$CD_N = CDS_N + CDC_N$$

Donde:
CD_N : Cantidad de divisores de N.
CDS_N : Cantidad de divisores simples de N.
CDC_N :Cantidad de divisores compuestos de N.

PROPIEDADES:

1. El conjunto de los números primos es infinito.
   {2; 3; 5; 7; 11; 13; 17;...}

2. 2 es el único número primo par.

3. 2 y 3 son los únicos números consecutivos y a la vez primos absolutos.

4. Sea "P" un número primo. Si $P > 2$, entonces:

   $$(P = \overset{o}{4} + 1) \quad v \quad (P = \overset{o}{4} - 1)$$

5. Sea "P" un número primo. Si $P > 3$, entonces:

   $$(P = \overset{o}{6} + 1) \quad v \quad (P = \overset{o}{6} - 1)$$

¿Cómo se determina si un número es primo?

- Se extrae la raíz cuadrada al número dado, si es exacta se determina que el número no es primo.
- Caso contrario, se considera todos los números primos menores o iguales que la parte entera de la raíz.
- Se divide el número dado entre cada número primo considerado.
- Si en dichas divisiones, se obtiene al menos una exacta, el número no es primo.
- Si todas las divisiones son inexactas, entonces el número es primo.

Ejemplo :

¿El número 193 es un número primo?

- $193 = 13, \ldots \approx 13$
- Números primos ≤ 13 : 2, 3, 5, 7, 11, 13.
- Comparando 193 con cada uno de los números primos considerados.

$$193 \Rightarrow \begin{cases} \overset{o}{2} + 1 \\ \overset{o}{3} + 1 \\ \overset{o}{5} + 3 \\ \overset{o}{7} + 4 \\ \overset{o}{11} + 6 \\ \overset{o}{13} + 11 \end{cases}$$

Como en ningún caso las divisiones son exactas, entonces 193 es un número primo.

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

(Primos relativos o coprimos)

Dos o más números son primos entre sí (PESI) cuando tienen como único divisor común a la unidad.

Ejemplo :

Sean los números 11, 12 y 15, donde:

11 : 1 , 11
12 : 1 , 2 , 3 , 4 , 6 , 12
15 : 1 , 3 , 5 , 15
Divisores

El único divisor común es 1, entonces 11, 12 y 15 son PESI.

Observaciones:

1) Dos o más números consecutivos son siempre números PESI.

Ejemplo :

Sean los números 13, 14 y 15, donde:

13 : 1 , 13
14 : 1 , 2 , 7 , 14
15 : 1 , 3 , 5 , 15
Divisores

El único divisor común es 1, entonces 13, 14 y 15 son números PESI.

2) Dos o más números impares consecutivos son siempre PESI.

Ejemplo :

Sean los números 33 y 35, donde:

33 : 1 , 3 , 11 , 33
35 : 1 , 5 , 7 , 35
Divisores

El único divisor común es 1, entonces 33 y 35 son números PESI.

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo entero mayor que la unidad, se puede descomponer como la multiplicación de sus factores primos diferentes entre sí, elevados a ciertos exponentes enteros positivos. Esta descomposición es única y se llama descomposición canónica.

Ejemplo :

- $144 = 2^4 \times 3^2$
- $150 = 2 \times 3 \times 5^2$
- $1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$

EN GENERAL

$$\mathbf{N = A^{\alpha} \times B^{\beta} \times C^{\delta} \times \ldots}$$

Donde:
A, B, C, ... : Factores primos de N.
α, β, δ, ... : Enteros positivos.

CANTIDAD DE DIVISORES DE UN NÚMERO (CD_N)

Si : $N = \underbrace{A^{\alpha} \times B^{\beta} \times C^{\delta} \times \ldots}_{\text{Descomposición Canónica}}$

$$\mathbf{CD = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\delta + 1) \ldots}$$

Ejemplo :

¿Cuántos divisores tiene 720?

* $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5^1$

$CD_{720} = (4 + 1)(2 + 1)(1 + 1)$

$CD_{720} = 30$

Resolviendo en clase

1 Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. El 4 es un número primo. ( )

II. La unidad sólo tiene un divisor. ( )

III. 8 es un divisor de 12. ( )

Resolución:

Rpta:

2 Entre los números 360, 270 y 180, ¿cuál es el que tiene tantos divisores como 520?

Resolución:

Rpta:

3 La edad de la profesora de Química es igual a la suma de todos los divisores de 24. ¿Cuál es la edad de la profesora?

Resolución:

Rpta:

4 Si: $A = 2^n \times 81 \times 49 \times 7$, tiene 100 divisores, halla n^2

Resolución:

Rpta:

5 **Si: $M = 2^n \times 3^2 \times 7^3 \times 11^2$**

tiene 175 divisores compuestos, halla «n»

Resolución:

Rpta:

6 **¿Cuántos divisores de 1200 son múltiplos de 8?**

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. ¿Cuántos divisores impares tiene el número 17 640?

8. Si $6^n \times 18^p$ tiene 77 divisores, halla «n x p».

9. Halla el valor de «n», para que el número de divisores de «N» sea el doble que el número de divisores de «M». $M = 30^n$ y $N = 15 . 18^n$

10. Si N = 144 x 144 x 144... («n» factores) tiene 280 divisores compuestos, ¿cuántos divisores tiene n4?

11. Si $15^n \times 45$ tiene 39 divisores compuestos, halla «n».

12. ¿Cuántos ceros se debe colocar a la derecha del número 9 para que el resultado tenga 188 divisores compuestos?

Para reforzar

1. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. 24 tiene 8 divisores. ( )
II. 61 es un número primo. ( )
III. 16 tiene 4 divisores. ( )

a) VVF b) FFV c) VFV
d) FFF e) VVV

2. Entre los números 250, 120 y 200, ¿cuál es el que tiene tantos divisores como 378?

a) 250 b) 120 c) 200
d) Ninguno e) Todos

3. La edad del profesor de R.M. es igual a la suma de todos los divisores de 16. ¿Qué edad tiene el profesor?

a) 21 años b) 31 años c) 23 años
d) 63 años e) 47 años

4. Si: 20×18^n tiene 50 divisores, halla n. a)

1 b) 4 c) 2
d) 5 e) 3

5. ¿Cuántos divisores compuestos tiene $36^3 \times 15^2$?

a) 180 b) 186 c) 183
d) 187 e) 185

6. ¿Cuántos divisores múltiplos de 20 tiene el número 240?

a) 4 b) 7 c) 5
d) 8 e) 6

7. ¿Cuántos divisores impares tiene 150?

a) 4 b) 10 c) 6
d) 12 e) 8

8. ¿Cuántos divisores más tiene el número 720 que el número 100?

a) 18 b) 17 c) 19
d) 31 e) 21

9. Sabiendo que: $A = 6^n \times 30$ tiene el doble de divisores de $B = 6 \times 30^n$, halla el valor de «n».

a) 2 b) 5 c) 3
d) 6 e) 4

10. Si «W» tiene 1369 divisores, determina el valor de «n» en: $W = 10 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \ldots 10^n$

a) 10 b) 7 c) 5
d) 8 e) 6

11. Si: 40×12^n tiene 80 divisores, halla «n».

a) 3 b) 6 c) 4
d) 8 e) 5

12. ¿Cuántos ceros se debe colocar a la derecha del número 15 para que el número formado tenga 84 divisores?

a) 3 b) 6 c) 4
d) 7 e) 5