Triángulo Educativo

Álgebra

5° SECUNDARIA

MATRICES I

DEFINICIÓN

Se define una matriz como un arreglo rectangular de elementos ordenados en filas y columnas.

Así una matriz tiene la siguiente forma general:

Donde: a_{11}, a_{12}, ..., a_{21}, ..., a_{m1}, a_{m2}, ..., a_{mn} se llaman elementos de la matriz "A". Además "a_{ij}" es el elemento

$$A = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \text{Filas} \\ \text{Columnas} \end{array}$$

ubicado en la fila "i", columna "j".

ORDEN DE LA MATRIZ

Si una matriz tiene "m" filas y "n" columnas, entonces se dice que esta matriz es de dimensión u orden "m x n" (no se efectúa).

Así la matriz "A", se puede denotar:

$$A = (a_{ij})_{mxn}$$

donde: $m, n \in Z^+$

$i = \{1; 2; 3; ... ; m\}$

$j = \{1; 2; 3; ... ; n\}$

Ejemplo:

Escribe explícitamente la matriz:

$$A = (a_{ij})_{2x3} \,/\, a_{ij} = 2i - j$$

TIPOS DE MATRICES

1. MATRIZ COLUMNA

Es aquella matriz que tiene una sola columna, es decir, es de orden "m x 1".

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}_{3x1}$$

2. MATRIZ FILA

Es aquella matriz que tiene una sola fila, es decir, es de orden "1 x n".

Ejemplo:

$$B = (2 \ \ -4 \ \ 6)_{1x3}$$

3. MATRIZ NULA

Es aquella matriz cuyos elementos son iguales a cero y se denota por $\varnothing$.

Ejemplo:

$$\varnothing = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

4. MATRIZ CUADRADA

Es aquella matriz cuyo número de filas es igual al número de columnas. Se denota: $A = (a_{ij})_{nxn}$ o $A = (a_{ij})_{n}$.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 5 & 2 & -6 \\ 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Diagonal secundaria

Diagonal principal

Traza de una matriz cuadrada

Es la suma de los elementos de su diagonal principal.

Sea la matriz:

$$A = (a_{ij}) \rightarrow \operatorname{Traz}(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Así, en el ejemplo anterior:

$$\operatorname{Traz}(A) = 3 + 2 + 1 = 6$$

Casos particulares de una matriz cuadrada

a. Matriz triangular superior

Es aquella matriz cuyos elementos que se encuentran debajo de la diagonal principal son iguales a cero, es decir, $A = (a_{ij})_n$ es una matriz triangular superior si $a_{ij} = 0;\ \forall\ i > j$.

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 5 \end{pmatrix};\quad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b. Matriz triangular inferior

Es aquella matriz cuyos elementos que se encuentran encima de la diagonal principal son iguales a cero, es decir, $A = (a_{ij})_n$ es una matriz triangular inferior si $a_{ij} = 0;\ \forall\ i < j$.

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix};\quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

c. Matriz diagonal

Es aquella matriz que simultáneamente es triangular superior e inferior, es decir, todos los elementos fuera de la diagonal principal son ceros.

$A = (a_{ij})_n$ es una matriz diagonal si $a_{ij} = 0;\ \forall\ i \neq j$.

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix};\quad B = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{vmatrix}$$

d. Matriz escalar

Es aquella matriz diagonal cuyos elementos de la diagonal principal son iguales, es decir:

$$A = (a_{ij})_n \text{ es una matriz escalar si } a_{ij} = \begin{cases} k; & i = j \\ 0; & i \neq j \end{cases}$$

Ejemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix};\quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

e. Matriz identidad

Es aquella matriz escalar, cuyos elementos de la diagonal principal son iguales a la unidad y se denota por "I_n".

$$I_n = (a_{ij}) / a_{ij} = \begin{cases} 1; & i = j \\ 0; & i \neq j \end{cases}$$

Ejemplos:

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix};\quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

RELACIONES ENTRE MATRICES

1. IGUALDAD DE MATRICES

Dos matrices son iguales sí y sólo sí son del mismo orden y todos sus respectivos elementos son iguales.
Así, dadas las matrices:

$$A = (a_{ij})_{m\times n};\ B = (b_{ij})_{m\times n}$$
$$A = B \leftrightarrow a_{ij} = b_{ij} : \forall\ i;\ \forall\ j$$

Ejemplo:

Calcula "x - y" si las matrices son iguales.

$$A = \begin{pmatrix} x - 3y & x \\ 1 & y \end{pmatrix};\quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 - y \\ 1 & 6 - x \end{pmatrix}$$

2. TRANSPUESTA DE UNA MATRIZ

La transpuesta de una matriz A (de orden m x n) es una matriz denotada por A^t (de orden n x m) que se obtiene cambiando las filas por las columnas de la matriz A.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

3. MATRICES OPUESTAS

Dos matrices son opuestas si son del mismo orden y además sus respectivos elementos son opuestos.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 6 & -1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \text{su opuesta es:}$$

$$-A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ 0 & -6 & 1 \\ -1 & -4 & -1 \end{pmatrix}$$

4. MATRIZ SIMÉTRICA

Si una matriz es igual a su transpuesta, se llama matriz simétrica.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix} \rightarrow A^t = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

como: $A = A^t \rightarrow$ "A" es simétrica.

5. MATRIZ ANTISIMÉTRICA

Si una matriz es igual al negativo de su transpuesta, se llama antisimétrica.

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow -A^T = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -4 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

como: $A = -A^t \rightarrow$ "A" es antisimétrica.

OPERACIONES CON MATRICES

1. ADICIÓN DE MATRICES

Sean las matrices:

$$A = (a_{ij})_{mxn} \; ; \; B = (b_{ij})_{mxn}$$

luego la matriz suma de "A" y "B" es:

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{mxn}$$

Ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \; ; \; B = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 3 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow A + B = \begin{pmatrix} 4-5 & -1+6 \\ 1+3 & 5+2 \\ 3+2 & 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 4 & 7 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}\ ;\quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\ ;$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

calcula $3A - 2B + C$.

Resolución:

Reemplazando las matrices:

$$3\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

efectuando:

$$\begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ -2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 13 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Dado el polinomio:
$f_{(x)} = 3x^2 - 5x - 2$ y además

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Halla $f_{(A)}$.

Resolución:

Reemplazando el valor $x = A$, en el polinomio y la identidad 1 del polinomio por I (matriz identidad), obtenemos:
$f_{(A)} = 3A^2 - 5A - 2I$

Calculamos:

$$A^2 = A\ .\ A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Luego:

$$f_{(A)} = 3\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$f_{(A)} = \begin{pmatrix} 21 & 12 \\ 18 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -5 & -10 \\ -15 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

sumando las matrices obtenemos:

$$f_{(A)} = \begin{pmatrix} 14 & 2 \\ 3 & 14 \end{pmatrix}$$

3. Construye la matriz:

$$A = (a_{ij})_{2x3} \ / \ \begin{matrix} a_{ij} = i + j\ ;\ i \geq j \\ a_{ij} = i\ .\ j\ \ ;\ i < j \end{matrix}$$

Resolución:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1+1 & 1x2 & 1x3 \\ 2+1 & 2+2 & 2x3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Sea la matriz:

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula $3A - 2I$.

Resolución:

$$3A = \begin{pmatrix} -3 & 6 & 3 \\ 9 & 6 & 3 \\ 3 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2I = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\ 3A - 2I = \begin{pmatrix} -5 & 6 & 3 \\ 9 & 4 & 3 \\ 3 & -6 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Si:

$$x + y = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \wedge\ x - y = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

calcula x^T.

Resolución:

$$x + y = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$x - y = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(2x) = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} . \frac{1}{2}$$

$$x = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow\ x^T = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Resolviendo en clase

1 Construir la matriz:

$$A = [a_{ij}]_{2 \times 3} \; / \; \begin{cases} a_{ij} = i + j; \text{ si}: i \geq j \\ a_{ij} = ij; \text{ si}: i < j \end{cases}$$

Resolución:

Rpta:

2 Dada:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcular: $3A - 2I$

Resolución:

Rpta:

3 Si:

$$X + Y = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \qquad X - Y = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Hallar: X^t

Resolución:

Rpta:

4 Si:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Hallar la traza de (A^2).

Resolución:

Rpta:

5 **Dada la matriz:**

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Además: $P_{(x)} = x^2 - 5x + 2$

Dar la suma de elementos de $P_{(A)}$.

Resolución:

Rpta:

6 **Hallar la inversa de la matriz:**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$$

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Hallar la suma de los elementos de "X", tal que:

$$X \cdot \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

8. Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2x-1 & y \\ 3-y & 2 \end{bmatrix} \; ; \; B = \begin{bmatrix} 5-y & 2-x \\ x+1 & 2 \end{bmatrix} \text{ y}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Hallar "A + C", si: A = B

9. Si la matriz: $\begin{pmatrix} 1 & -y & 3 \\ 2 & -1 & z \\ x & 5 & 6 \end{pmatrix}$

es simétrica. Hallar "x - y + z"

10. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Hallar la suma de los elementos de la matriz conmutable con "A", cuya determinante sea 35 y cuya traza sea 12.

11. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcular la suma de elementos de "A^n".

12. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcular la suma de los elementos de: A^{40}.

Para reforzar

1. Hallar:

$$(x - y)(z - w)$$

si:

$$\begin{bmatrix} 2x - z & w - y \\ z - x & w + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 6 e) 3

2. Dados:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Si:

$$P_{(x,\ y)} = 2x - y + 3$$

Determinar: $P_{(A,\ B)}$

a) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

3. Dados:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Determinar "AB"

a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

4. Hallar la matriz inversa de:

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

señalar la traza de dicha matriz inversa.

a) 1 b) 2 c) 7
d) 5 e) 10

5. Hallar la matriz "X" que resuelve:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} . X = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

Dar como respuesta la suma de sus elementos.

a) 2 b) 1 c) 3
d) 7 e) N. A.

6. Si:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \text{ y } F_{(x)} = x^2 - 3x + 2$$

Hallar la suma de elementos de la diagonal principal de $F_{(A)}$.

a) 2 b) 14 c) 16
d) 18 e) N. A.

7. Si:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Hallar "$x + y + z$"

a) 1 b) 2 c) 3
d) 6 e) N. A.

8. Resolver el sistema:

$$x - 2y = A$$
$$2x + 3y = B$$

Donde: $x, y \in K_{2x2}$

Además:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} \wedge B = \begin{bmatrix} 12 & 8 \\ -7 & 8 \end{bmatrix}$$

Hallar "x".

a) $\begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$ e) N. A.

9. Hallar los valores de "a", "b", "c" y "d", tal que:

$$A^t - A^2 = \begin{pmatrix} a-2 & b+4 \\ 2c-4 & \dfrac{3d-1}{2} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Dar como respuesta "$a + b + c + d$".

a) 0 b) –1 c) 2
d) –2 e) 3

10. Sean las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} x-3y & x \\ 1 & y \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} 2 & 6-y \\ 1 & 6-x \end{bmatrix} \text{ y}$$

$$C = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Si: $A = B$, hallar "$3A + 2C$"

a) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} -2 & 9 \\ 6 & 9 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

11. Sean las matrices:

$$A = (a_{ij})_{2 \times 3} \begin{array}{l} a_{ij} = 0 \leftrightarrow i = j \\ a_{ij} = 1 \leftrightarrow i < j \\ a_{ij} = 2 \leftrightarrow i > j \end{array}$$

$$B = (b_{ij})_{3 \times 2} \begin{array}{l} b_{ij} = 0 \leftrightarrow i = j \\ b_{ij} = 1 \leftrightarrow i \neq j \end{array}$$

Calcular: $A^t + B$

a) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ e) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

12. Dada la matriz "A", calcular: $A^3 - 6A$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) A b) 2 A c) 2 I
d) 3 I e) 4 I