



Geometría

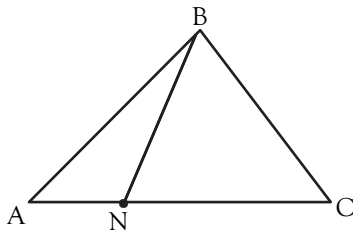
LINEAS NOTABLES

Introducción

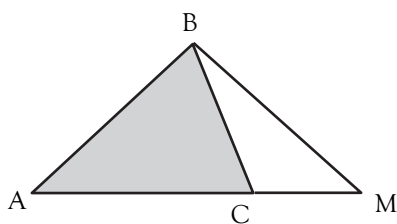
En nuestro territorio nos encontramos con formaciones geográficas que nos dan idea de líneas notables como los ríos, cordilleras, etc. Pero geométricamente el concepto de líneas notables significa cómo dividir un triángulo por medio de segmentos.

CEVIANA

Es un segmento de recta que parte de un vértice y cae en un punto cualquiera del lado opuesto.



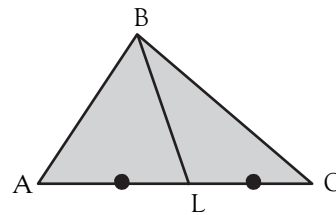
$\overline{BN}$: Ceviana interior



$\overline{BM}$: Ceviana exterior

MEDIANA

Es una ceviana que cae en el punto medio del lado opuesto.

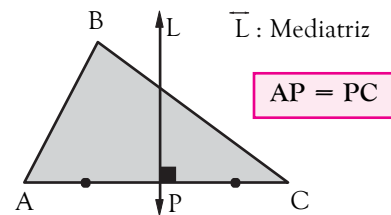


$\overline{BL}$: Mediana

$$AL = LC$$

MEDIATRIZ

Es una recta perpendicular a un lado y lo biseca.

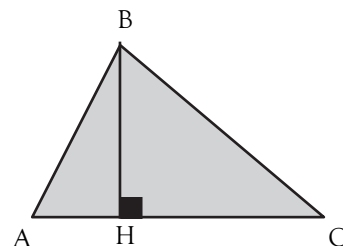


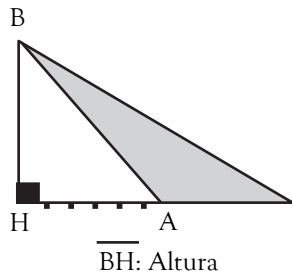
$\overline{L}$: Mediatriz

$$AP = PC$$

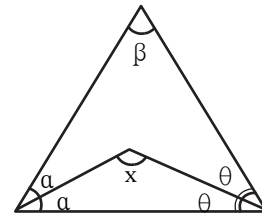
ALTURA

Es una ceviana perpendicular a un lado o a su prolongación.





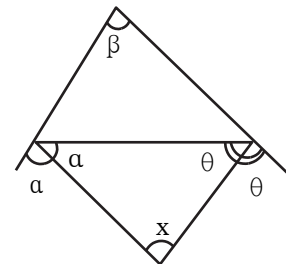
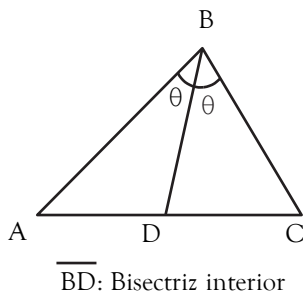
Propiedades



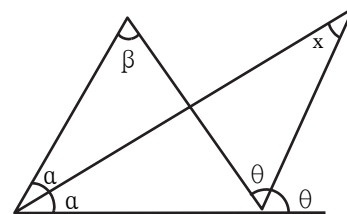
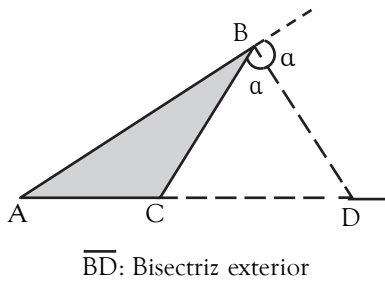
$$x = 90^\circ + \frac{\beta}{2}$$

BISECTRIZ

Es una ceviana que biseca a un ángulo sea interior o exterior.



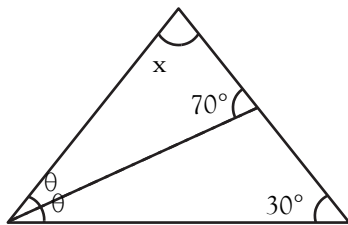
$$x = 90^\circ - \frac{\beta}{2}$$



$$x = \frac{\beta}{2}$$

Ejemplo:

Calcule "x".



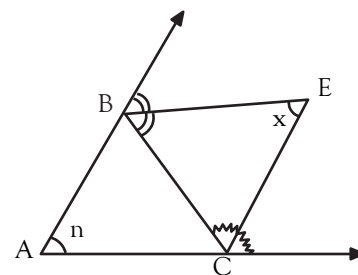
Resolución:

Solución:

$$\begin{aligned}\theta + 30^\circ &= 70^\circ \\ \theta &= 70^\circ - 30^\circ = 40^\circ \\ x + 2\theta + 30^\circ &= 180^\circ \\ x + 2(40^\circ) + 30^\circ &= 180^\circ \\ x &= 70^\circ\end{aligned}$$

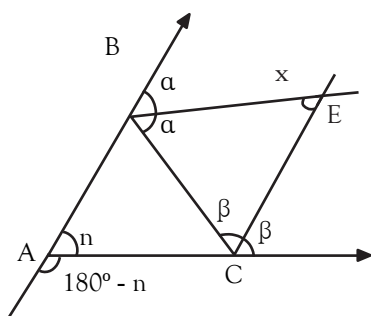
TEOREMA

En todo triángulo, siendo "E" excentro se cumple que:



$$x = 90^\circ - \frac{n}{2}$$

Resolución:



$\triangle ABC$:

$$2\alpha + 2\beta + 180^\circ - n = 360^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ + \frac{n}{2}$$

$\triangle BEC$:

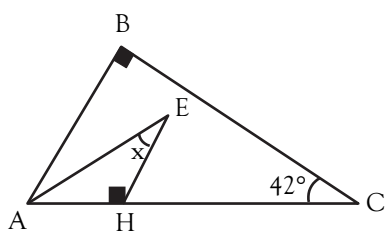
$$\alpha + \beta + x = 180^\circ$$

$$90^\circ + \frac{n}{2} + x = 180^\circ$$

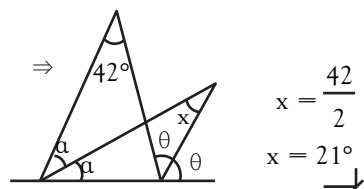
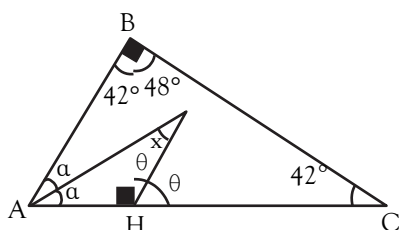
$$x = 90^\circ - \frac{n}{2}$$

EJERCICIOS RESUELTOS

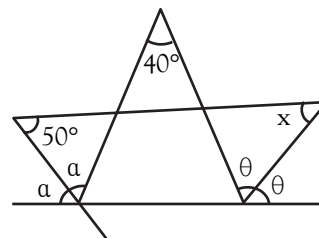
1. Calcule x en la figura si: $m\angle B = 90^\circ$. $\overline{AE}$ es bisectriz del ángulo BAC y $\overline{HE}$ es bisectriz del ángulo BHC.



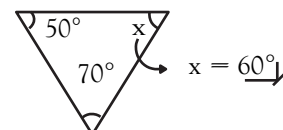
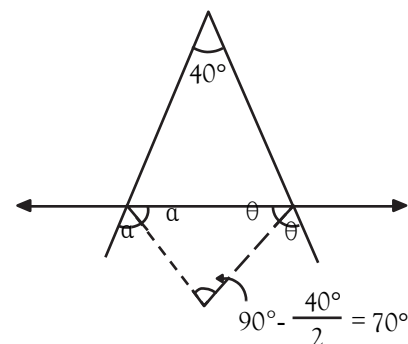
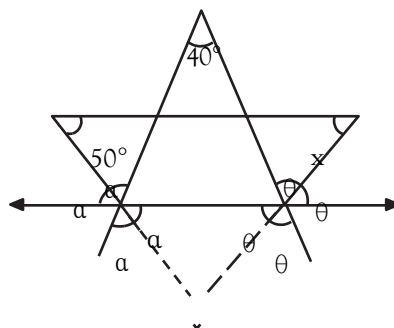
Resolución:



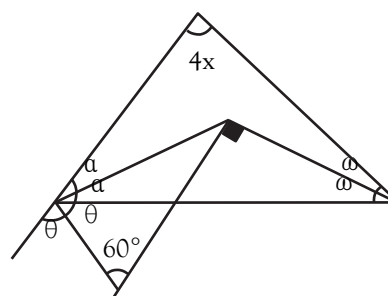
2. Calcule x.



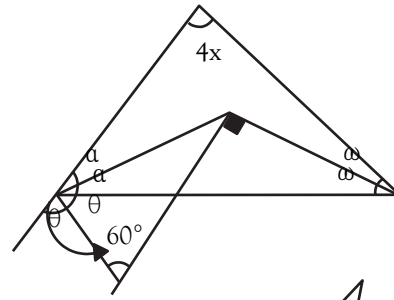
Resolución:



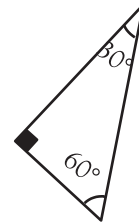
3. Calcule x.



Resolución:



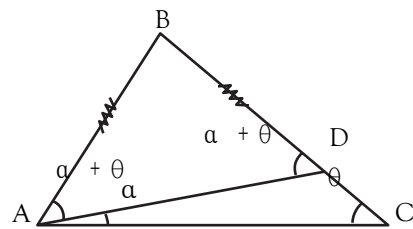
$$\begin{aligned} 2\alpha + 2\theta &= 180^\circ \\ \alpha + \theta &= 90^\circ \end{aligned}$$



$$\Rightarrow \begin{aligned} &120^\circ = 90^\circ + \frac{4x}{2} \\ &x = 15^\circ \end{aligned}$$

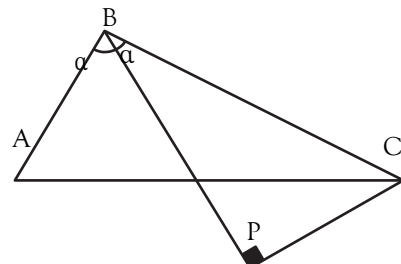
4. En un triángulo acutángulo ABC, se traza la ceviana $\overline{AD}$, tal que $AB = BD$ y $m\angle A - m\angle C = 60^\circ$. Calcule $m\angle DAC$.

Resolución:



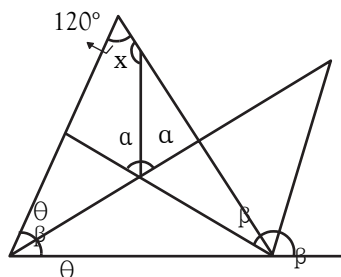
$$\begin{aligned} m\angle A - m\angle C &= 60^\circ \\ \alpha + \theta + \alpha - \theta &= 60^\circ \\ \Rightarrow \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$

5. Si $m\angle BAC - m\angle BCA = 40^\circ$, calcule $m\angle ACP$.



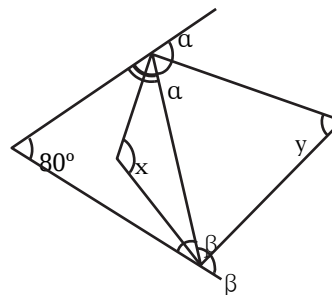
Resolviendo en clase

1 Del gráfico, calcule “x”.



Resolución:

3 Del gráfico, calcule “x - y”.

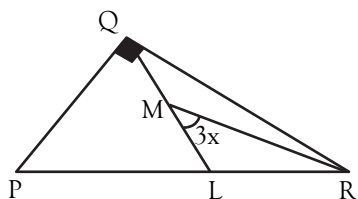


Resolución:

Rpta:

2 Si: $PQ = PL$ y $\overline{MR}$ es bisectriz de $\angle QRL$.

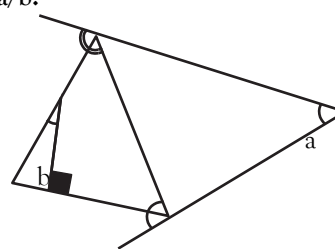
Calcule “x”.



Resolución:

Rpta:

4 Calcula a/b.

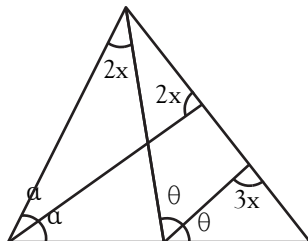


Resolución:

Rpta:

Rpta:

- 5 Calcule x .



Resolución:

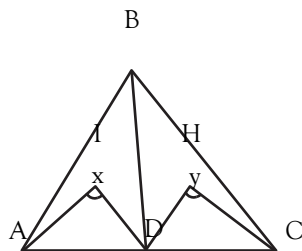
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. El ángulo que forman la altura y la mediana relativa a la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 18° . Calcule el mayor de los ángulos agudos del triángulo.

8. Si: I y H son incentros de los triángulos ABD y BDC , respectivamente. Si: $x + y = 260^\circ$, calcule $m \angle ABC$

*

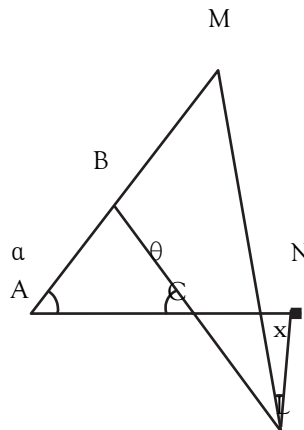


- 6 En un triángulo ABC , el ángulo mayor es el triple del menor, y éste es la mitad del ángulo intermedio. Calcule la medida del ángulo formado por las bisectrices exteriores trazadas desde los vértices de los dos ángulos mayores.

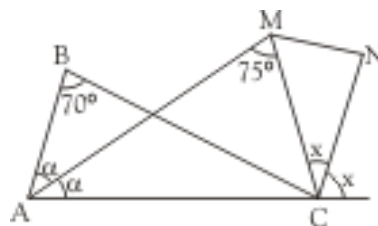
Resolución:

Rpta:

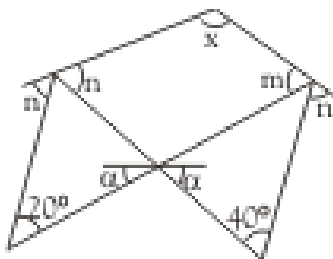
9. Si: $\alpha - \theta = 40^\circ$ y $BM = BL$.



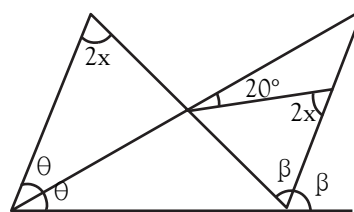
10. Calcule " x ", si: $MC = CN$ y $\underline{MN} \parallel \underline{AC}$



11. Según el gráfico calcule "x".

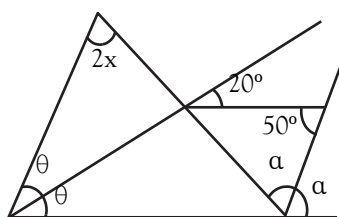


12. Calcule x.



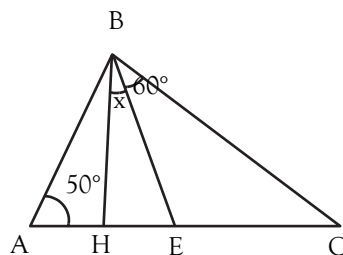
Para reforzar

1. Calcule x.



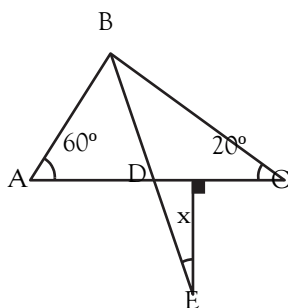
- a) 40° b) 20° c) 30°
d) 60° e) 80°

3. Si $\overline{BH}$ es altura y $\overline{BE}$ es bisectriz del ángulo $\angle ABC$, calcule x.



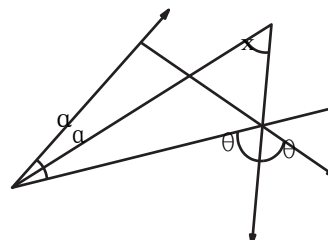
- a) 30° b) 10° c) 15°
d) 20° e) 40°

2. Si $\overline{BD}$ es bisectriz, calcule x.



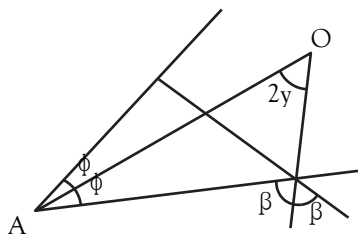
- a) 10° b) 15° c) 30°
d) 50° e) 20°

4. Si $\theta - \alpha = 40^\circ$, calcule "x".



- a) 80° b) 40° c) 10°
d) 30° e) 20°

5. Calcule y si $\beta - \phi = 30^\circ$ y $\overrightarrow{AO}$ es bisectriz.

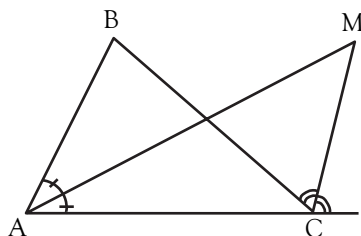


- a) 15° b) 40° c) 20°
d) 30° e) 10°

6. En el triángulo ABC, el ángulo formado por la bisectriz interna del ángulo $\hat{A}$ y la bisectriz exterior del ángulo $\hat{C}$ mide 40° . Si: $m\hat{A} - m\hat{C} = 30^\circ$, calcule $m\hat{C}$.

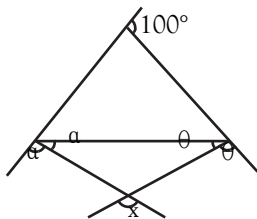
- a) 65° b) 30° c) 35°
d) 53° e) 45°

7. Calcule $m \angle BAC$ si $m \angle AMC = 20^\circ$ y $m \angle BAC - m \angle BCA = 10^\circ$.



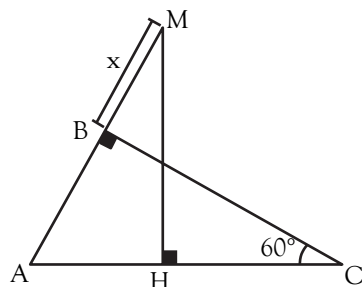
- a) 60° b) 80° c) 85°
d) 75° e) 45°

8. Calcule "x".



- a) 40° b) 50° c) 80°
d) 100° e) 60°

9. Si $MH = 4\sqrt{3}$ y $AB = 5\sqrt{3}$, calcule BM.



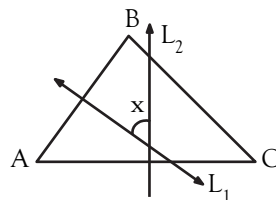
- a) $2\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{3}$ e) $\sqrt{3}$

10. En un triángulo ABC, la bisectriz interior trazada por "A" forma con la bisectriz exterior del ángulo "C" un ángulo de 36° .

Sabiendo que $m\hat{A} - m\hat{C} = 20^\circ$, calcule la medida del ángulo ACB.

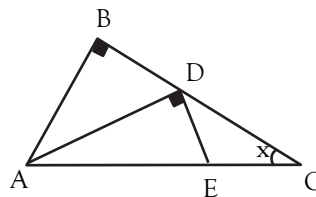
- a) 36° b) 44° c) 64°
d) 22° e) 88°

11. Si $m\angle A = 74^\circ$, calcule x. Además L_1 y L_2 son mediatrices de los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$.



- a) 37° b) 39° c) 42°
d) 64° e) 74°

12. En la figura, calcule x si $\overline{AD}$ es bisectriz y $DE = EC$.



- a) 20° b) 25° c) 30°
d) 35° e) 40°