

Álgebra

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Teoremas

- $|x| \leq b \iff b \geq 0 \Rightarrow (-b \leq x \leq b)$
- $|x| \geq b \iff x \leq -b \vee x \geq b$
- $|x| \leq |y| \iff x^2 \leq y^2$

Ejercicios Resueltos

- Resuelve: $|x| \leq 3$

Resolución:

$$\begin{aligned} |x| \leq 3 &\iff 3 \geq 0 \Rightarrow (-3 \leq x \leq 3) \\ &\iff -3 \leq x \leq 3 \\ \therefore x &\in [-3, 3] \end{aligned}$$

- Resuelve: $|x-2| \leq 5$

Resolución:

$$\begin{aligned} |x-2| \leq 5 &\iff x-2 \leq 5 \vee x-2 \geq -5 \\ x &\leq 7 \vee x \geq -3 \\ \therefore x &\in (-\infty, -3] \cup [7, +\infty) \end{aligned}$$

- Resuelve: $|x-3| < 5$

Resolución:

Como $5 > 0$; sólo consideramos:

$$-5 < x-3 < 5$$

sumando 3 a toda la desigualdad:

$$\begin{aligned} -5 + 3 &< x-3 + 3 < 5 + 3 \\ -2 &< x < 8 \end{aligned}$$

$$\therefore x \in (-2, 8)$$

- Resuelve: $|2x-1| \leq x/2$

Resolución:

$$x/2 \geq 0 \Rightarrow (-x/2 \leq 2x-1 \leq x/2)$$

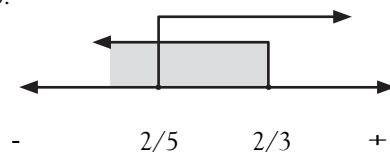
$$x \geq 0 \Rightarrow (-x \leq 4x-2 \leq x) \quad \text{I}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow (-x \leq 4x-2 \leq 4x-2 \leq x) \quad \text{II}$$

$$\begin{aligned} x \geq 0 \Rightarrow x \geq 2/5 \Rightarrow x \geq 2/3 \\ \text{intersectando} \end{aligned}$$

$$x \geq 2/5 \Rightarrow x \geq 2/3$$

Graficando:



$$\therefore x \in [2/3, +\infty)$$

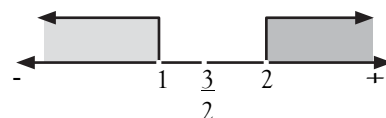
- Resuelve: $1/|2x-3| < 1$

Resolución:

Entonces tenemos:

$$\begin{aligned} |2x-3| > 1 &\Rightarrow x < 3/2 \\ 2x-3 > 1 \vee 2x-3 < -1 \\ x > 2 \vee x < 1 \end{aligned}$$

Uniendo:



$$\therefore x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$

Resolviendo en clase

1 Resuelve:

$$|3x - 1| \leq 5$$

Resolución:

Rpta:

2 Resuelve:

$$|x - 3| > 6$$

Resolución:

Rpta:

3 Resuelve:

$$|x - 5| > |x + 7|$$

Resolución:

Rpta:

4 Resuelve:

$$|x + 7| < |x - 3|$$

Resolución:

Rpta:

5 Resuelve:

$$|x + 6| > 2x - 3$$

Resolución:

6 Resuelve:

$$|3x + 4| \leq 5x + 1$$

Resolución:

Rpta:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Resuelve:

$$|x - 4| \leq 1$$

10. Al resolver: $|x^2 - 2| < 14$ se obtiene que $x \in \langle n, m \rangle$. Indica "n - m".

8. Resuelve:

$$|3x - 1| \leq |3x - 2|$$

11. Resuelve:

$$|x^2 + x - 1| \leq |x^2 - x + 3|$$

9. Resuelve:

$$|x - 2|^2 - 2|2 - x| - 15 > 0$$

12. Resuelve:

$$\left| \frac{x - 5}{x + 3} \right| \leq 7$$

Para reforzar

1. Resuelve:

$$|2x - 3| \leq 7$$

- a) $x \in [-2, 5]$ b) $x \in [-1, 2]$
 c) $x \in [-1, 5]$
 d) $x \in [-5, 2]$ e) $x \in [0, 7]$

2. Resuelve:

$$|x - 1| > 7$$

- a) $x > 8$ b) $x < -6$ c) $x < -6$
 ($x > 8$
 d) $x \in \mathbb{R}$ e) $x \in \emptyset$

3. Resuelve:

$$|x - 14| \in |x + 4|$$

- a) $x \in [5, >$ b) $x \in [5, 7]$
 c) $x \in <-, -12]$
 d) $x \in \mathbb{R}$ e) $x \in <-, 5]$

4. Resuelve:

$$|4x - 3| \geq x - 2$$

- a) $<1/5; 1/3>$
 b) $<-1/3; -1/5>$ c) $<1/5;$
 $+\infty>$ d)
 e) $<2; +\infty>$

5. Resuelve:

$$|x^2 + 7x - 2| > |x^2 - 2x + 5|$$

- a) $x \in <-3/2, -1> \cup <1/9, >$ b) $x \in <-$
 $3/2, 0> \cup <7/9, >$ c) $x \in <-3/2, -1> \cup$
 $<7/9, >$ d) $x \in <-3/2, -1] \cup <1/9, >$
 e) $x \in \emptyset$

6. Resuelve:

$$\left| \frac{x+1}{x-1} \right| < 4$$

- a) $x \in <-, 3/5> \cup <5/2, >$
 b) $x \in <3/5, 5/3>$
 c) $x \in \mathbb{R}$ d) $x \in \emptyset$
 e) $x \in \mathbb{N}$

7. Resuelve:

$$|x + 1| < |x - 2|$$

- a) $x \in 1/2$ b) $x < 1/2$ c) $x < -1/2$ d)
 $x > -1/2$ e) $x > 0$

8. Resuelve:

$$|x - 3|^2 - 3|x - 3| - 18 \leq 0,$$

indica el intervalo solución.

- a) $x \in [-3, 3]$ b) $x \in [-3, 9]$
 c) $x \in [-3, 0]$
 d) $x \in \mathbb{R}$ e) N.A.

9. Resuelve:

$$|x - 3|^2 - 3|x - 3| - 18 > 0$$

- a) $x \in <-, -3> \cup <9, >$
 b) $x \in <-3, 9>$
 c) $x \in [2, 6>$ d)
 $x \in [-2, 4>$ e) $x \in \emptyset$

10. Resuelve:

$$2x^2 - 7|x| + 3 \leq 0$$

e indica un intervalo de la solución.

- a) $<-, -1/2>$ b) $[-1/2, 1/2]$ c) $[-3, 3]$
 d) $[1/2, 3]$ e) $[-3, -1/2]$

11. Encuentra el intervalo a que pertenece "x" de tal manera que la expresión sea un número real.

$$\sqrt{8 - |x^2 - 1|}$$

- a) $x \in [-3, 3]$
 b) $x \in <-, -3] \cup [3, >$
 c) $x \in [-3, >$ d)
 $x \in <-2, 6]$ e) $x \in \mathbb{R}$

12. Resuelve:

$$|x - 4|^2 + |x - 4| - 6 \leq 0$$

- a) $x \in [2, 6]$
 b) $x \in [-6, >$
 c) $x \in [1, 7]$
 d) $x \in \mathbb{R}$
 e) $x \in <-, 5]a$
 e) $x \in <-, 3/5> \cup <3/5, >$