



Aritmética

DIVISIBILIDAD

1. DEFINICIÓN

Parte de la aritmética que permite saber si un entero se puede o no dividir exactamente por otro entero positivo, sobre todo sin efectuar la división

$$\diamond 18 = \overset{0}{6}$$

$$\diamond 32 = \overset{0}{32}$$

$$\diamond 6 = \overset{0}{6}$$

$$\diamond 16 = \overset{0}{4}$$

$$\diamond 30 = \overset{0}{5}$$

$$\diamond n = \overset{0}{n}$$

2. MÚLTIPLO DE UN NÚMERO

Se llama así a los que contienen a otros exactamente.

Recuerda

$$\text{Si } A = \overset{0}{B} \rightarrow \frac{A}{B} = k$$

(división exacta)

Ejemplos :

- ⚙ 60 contiene a 12; 5 veces :

Luego:

60 es múltiplo de 12.

- ⚙ 40 contiene a 5; 8 veces

Luego :

40 es múltiplo de 5.

- ⚙ 20 contiene a 20; una vez

Luego :

20 es múltiplo de 20.

En general

Si A contiene a B, k veces

Luego : A es múltiplo de B.

Ejercicios:

- ⚙ Señala los $\overset{0}{7}$

$$R = \{ \dots; -14; -7; 0; 7; 14; \dots \}$$

- ⚙ Señala los $\overset{0}{5}$

$$R = \{ \dots; -10; -5; 0; 5; 10; 15; \dots \}$$

- ⚙ Señala los $\overset{0}{11}$

$$R = \{ \dots; -22; -11; 0; 11; 22; 33; \dots \}$$

2.1 SIMBOLIZACIÓN $A = \overset{0}{B}$

Se lee : "A es múltiplo de B"

"A es divisible por B"

Así tenemos que :

$$\diamond 20 = \overset{0}{4}$$

$$\diamond 60 = \overset{0}{20}$$

$$\diamond 12 = \overset{0}{3}$$

$$\diamond 6 = \overset{0}{2}$$

Conclusiones:

1. Los múltiplos de un número son infinitos.
2. Los múltiplos de un número pueden ser también números negativos.
3. Cero, es múltiplo de todo número pero no del mismo cero.
4. No hay múltiplos de cero.
5. Todo número es múltiplo del 1.
6. Todo número $\neq 0$ es múltiplo de sí mismo.

3. DIVISOR DE UN NÚMERO

Divisor es aquel número que está contenido exactamente en otro.

Ejemplos :

- ⚙ 4 está contenido en 12; 3 veces.

Luego:

4 es divisor de 12.

- ⚙ 6 está contenido en 24; 4 veces

Luego :

6 es divisor de 24.

- ⚙ 10 está contenido en 10; una vez.

Luego :

10 es divisor de 10.

En general

Si B está contenido en A, k veces.

Luego : B es divisor de A.

3.1 SIMBOLIZACIÓN B / A

Se lee : "B es divisor de A"

"B es factor de A"

"B divide a A"

Así tenemos :

- | | |
|------------|-------------|
| ❖ $2 / 6$ | ❖ $10 / 10$ |
| ❖ $7 / 14$ | ❖ $8 / 8$ |
| ❖ $5 / 20$ | ❖ $10 / 40$ |
| ❖ n / n | ❖ $1 / 20$ |

Recuerda

Si B = divisor A $\rightarrow \frac{A}{B} = k$
(división exacta)

Ejercicios:

- ⚙ Señala los divisores positivos de 6.
 $R = \{1; 2; 3; 6\}$
- ⚙ Señala los divisores positivos de 8.
 $R = \{1; 2; 4; 8\}$
- ⚙ Señala los divisores enteros positivos de 20.
 $R = \{1; 2; 4; 5; 10; 20\}$

Conclusiones:

1. El 1 es divisor de todo número.
2. Todo número $\neq 0$ es divisor de si mismo.
3. Al divisor, se le llama también factor, submúltiplo.
4. El divisor nunca será 0.

4. PROPIEDADES DE DIVISORES Y MÚLTIPLOS

Si $A = n.k$, entonces se deduce que:

- * A es múltiplo de n
- * A es divisible por k
- * n es divisor de A ó n / A
- * k es divisor de A ó k / A

Ejemplo 1:

Dado $A = 5 \times 6 \times 7$, entonces se puede afirmar que :

5 es divisor de A

30 es divisor de A

A es múltiplo de 5

A es múltiplo de 6

A es múltiplo de 35

Ejemplo 2:

Si $\overline{abc} = 7.a.b.c$, entonces
se puede afirmar que :

$\overline{abc}$ es múltiplo de 7. $\overline{abc}$

$\overline{abc}$ es múltiplo de a. a,b,c son

divisores de $\overline{abc}$ $\overline{abc} / \overline{7}$

$\overline{abc} / a$

$\overline{abc} / b.c$

5. OPERACIONES CON MÚLTIPLOS (CONVENCIONALES)

$$\blacklozenge \frac{0}{2} + \frac{0}{2} = \frac{0}{2}$$

$$\blacklozenge \frac{0}{5} - \frac{0}{5} = \frac{0}{5}$$

$$\blacklozenge \frac{0}{7} \times \frac{0}{7} = \frac{0}{7}$$

$$\spadesuit \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}^{20} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\blacklozenge \quad {}^0_9 + 18 = {}^0_9$$

$$\blacklozenge \overset{\text{O}}{11} \times 24 = \overset{\text{O}}{11}$$

Ejemplo :

Simplifica:

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{c} \overset{0}{6} + \overset{0}{6} + \overset{0}{6} - \overset{0}{6} - \overset{0}{6} \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \\ \overset{0}{6} \quad \quad \quad \overset{0}{6} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \overset{0}{6} \end{array} + \begin{array}{c} \overset{0}{6} \times \overset{0}{6} \times \overset{0}{6} - \left(\overset{0}{6} \right)^5 \\ \diagdown \quad \diagup \\ \overset{0}{6} \quad \quad \quad \overset{0}{6} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \overset{0}{6} \end{array} \\
+ \\
\begin{array}{c} \overset{0}{6} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \overset{0}{6} \quad \quad \quad \overset{0}{6} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \overset{0}{6} \end{array}
\end{array}$$

Ejemplo :

Reduce:

$$\begin{array}{ccccccc} \overset{0}{7} & - & \overset{0}{7} & \times & 31 & + & 42 - \overset{0}{7} + 3 \\ & & \swarrow & & \searrow & & \\ & & \overset{0}{7} & & & & \\ \overset{0}{7} & - & \overset{0}{7} & & + & \overset{0}{7} & - \overset{0}{7} + 3 \\ & & & & & & \\ \overset{0}{7} & + & 3 & & & & \end{array}$$

Resolviendo en clase

- 1 a) Señala los $\overset{\circ}{9}$ entre 12 y 36.
b) Señala los $\overset{\circ}{8}$ entre 11 y 41.
c) Señala los $\overset{\circ}{12}$ entre 8 y 88.

Resolución:

- 3 Del 1 al 900, ¿cuántos enteros son $\overset{\circ}{4}$ y $\overset{\circ}{6}$?

Resolución:

Rpta:

- 2 Del 1 al 1500, ¿cuántos enteros son $\overset{\circ}{9}$?

Resolución:

Rpta:

- 4 Relaciona correctamente:

- | | |
|-------------------------------|---------------|
| I. $\overset{\circ}{4} + 3$ | a) 51; 72; 93 |
| II. $\overset{\circ}{5} + 1$ | b) 71; 86; 96 |
| III. $\overset{\circ}{7} + 2$ | c) 63; 83; 99 |

Resolución:

Rpta:

Rpta:

5 Simplifica:

$$\left(\overset{\circ}{9} + 2 \right) \left(\overset{\circ}{9} + 4 \right) - \overset{\circ}{9} \times 2008 + \left(\overset{\circ}{9} \right)^5$$

Resolución:

Rpta:

6 El numeral $(2a) \ a(2a)$ es siempre divisible por:

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. ¿Cuántos números existen entre 139 y 589 que sean a la vez divisibles por 5 y 7?

10. ¿Cuántos números de 3 cifras son divisibles por 23?

8. ¿Cuántos números del 48 hasta el 900 son múltiplos de 4 pero no de 6?

11. Si a la izquierda de una cifra se escribe su quintuplo, el número que resulta es siempre divisible por:

9. Del 95 al 380, ¿cuántos no son múltiplos de 13?

12. Calcula la suma de las cifras del menor número de 4 cifras divisible por 37.

Para reforzar

- Coloca verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
 I. 65 es múltiplo de 13. ()
 II. $87 \div 4$ tiene un residuo igual a 3. ()
 III. 7 es divisible por 35. ()
 a) FVV b) VVF c) FVF
 d) FFF e) VFV
- Del 1 al 600, ¿cuántos son múltiplos de 7?
 a) 86 b) 83 c) 81
 d) 85 e) 82
- Del 1 al 500, ¿cuántos enteros son $\frac{0}{2}$ y $\frac{0}{3}$?
 a) 80 b) 83 c) 81
 d) 84 e) 82
- Relaciona correctamente:
 I. $\frac{0}{3} + 2$ a) 97; 72; 82
 II. $\frac{0}{5} + 2$ b) 74; 86; 98
 III. $\frac{0}{6} + 2$ c) 53; 68; 95
 a) Ic, IIb, IIIa b) Ia, IIc, IIIb
 c) Ic, IIa, IIIb e) Ia, IIb, IIIc
 d) Ib, IIa, IIIc
- Reduce:

$$\frac{0}{7} + 5 + \frac{0}{7} \times \frac{0}{7} - 2 + (\frac{0}{7} \times \frac{0}{7})^3$$
 a) $\frac{0}{7}$ b) $\frac{0}{7} + 3$ c) $\frac{0}{7} + 1$
 d) $\frac{0}{7} + 4$ e) $\frac{0}{7} + 2$
- El numeral $\overline{b(4b)}$ es divisible por:
 a) 3 y 5 b) 5 y 9 c) 2 y 5
 d) 2 y 7 e) 3 y 7
- ¿Cuántos números existen entre 36 y 184 que sean a la vez divisibles por 2 y 3?
 a) 20 b) 24 c) 21
 d) 25 e) 22
- ¿Cuántos números del 80 hasta el 800 son múltiplos de 5 pero no de 8?
 a) 164 b) 127 c) 145
 d) 144 e) 126
- Del 30 al 200, ¿cuántos no son múltiplos de 6?
 a) 27 b) 30 c) 20
 d) 31 e) 29
- ¿Cuántos números de 3 cifras son divisibles por 17?
 a) 50 b) 53 c) 51
 d) 54 e) 52
- El numeral $\overline{bbb}$ es divisible por:
 a) 3 y 37 b) 11 y 7 c) 2 y 37
 d) 13 y 7 e) 3 y 13
- El mayor número de 3 cifras divisible por 47 es:
 a) 985 b) 993 c) 977
 d) 994 e) 987