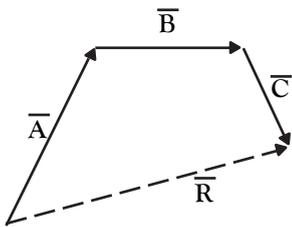


DESCOMPOSICION VECTORIAL

Descomposición Vectorial

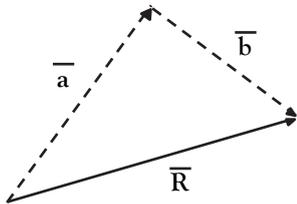
Recordemos la suma de vectores por el método del polígono.



$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$$

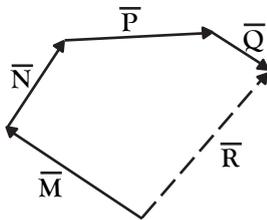
Ahora haremos el paso contrario.

Dado un vector cualquiera, vamos a reemplazar al vector \vec{R} , por otros llamados componentes y que tengan como resultante al vector inicial.



$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$$

Dado un vector, se puede *descomponer* en otros vectores llamados *componentes* de dicho vector, de tal manera que estos en su conjunto sean capaces de *reemplazar* al vector dado:



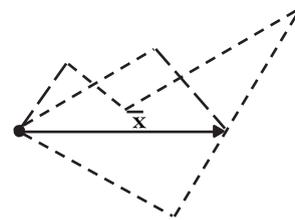
$$\vec{R} =$$

\vec{M} , \vec{N} , \vec{P} y \vec{Q} son componentes del vector \vec{R} .

Como vemos, un vector puede descomponerse en dos o más vectores, todos en conjunto tendrán una misma resultante, el vector \vec{R} .

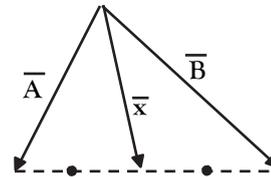
Ejemplos:

x =
x =
x =



EJERCICIOS:

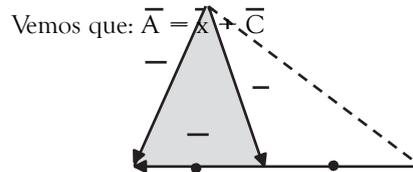
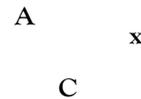
Halla el vector resultante en función de x.



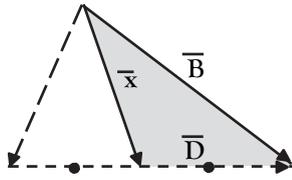
Solución:

Sabemos que: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{x} \dots (1)$

1. Vamos a reemplazar al vector \vec{A} por otros 2, de tal manera que uno de ellos pase por x. Así:



2. Hacemos lo mismo para \vec{B} .



$$\vec{B} = \vec{x} + \vec{D}$$

3. Observa que \vec{C} y \vec{D} son colineales y del mismo módulo (tamaño). Luego \vec{C} y \vec{D} son vectores opuestos, es decir:

$$\vec{C} = -\vec{D}$$

Reemplazando en (1):

$$\vec{R} = (\vec{x} + \vec{C}) + (\vec{x} + \vec{D}) + \vec{x}$$

$$\vec{R} = \vec{x} + \vec{C} + \vec{x} + \vec{D} + \vec{x}$$

$$\vec{R} = 3\vec{x} + \vec{C} + \vec{D}$$

Pero : $\vec{C} = -\vec{D}$

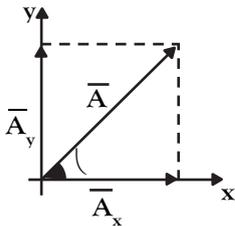
$$\textcircled{R} \quad \vec{R} = 3\vec{x} + (-\vec{D}) + \vec{D}$$

$$\vec{R} = 3\vec{x} - \vec{D} + \vec{D}$$

$$\vec{R} = 3\vec{x}$$

Descomposición Rectangular

Ahora vamos a reemplazar a un vector por otros 2 que sean perpendiculares, llamados _____.

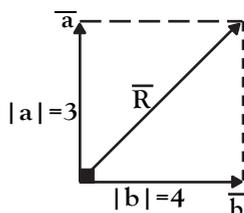


Donde :

\vec{A}_x : Componente de A en el eje x

\vec{A}_y : Componente de A en el eje y.

Ejemplos:



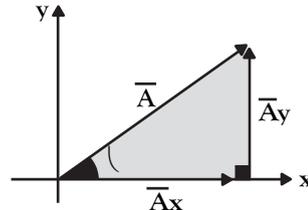
$$|\vec{R}| = \sqrt{3^2 + 4^2}$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{9 + 16}$$

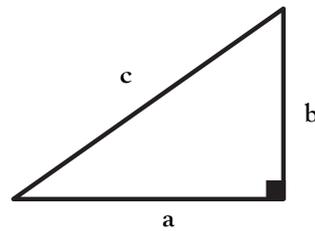
$$|\vec{R}| = 5$$

$$|\vec{R}| = \sqrt{25}$$

En forma práctica: Usa triángulos rectángulos.



Además, en todo triángulo rectángulo se cumple:



a y b : catetos

c : hipotenusa

$$c^2 = a^2 + b^2$$

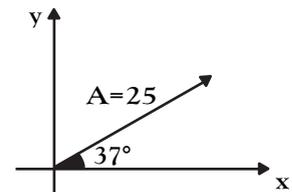
Teorema de Pitágoras

Ejemplos:

Halla las componentes de \vec{A} sobre los ejes rectangulares.

$$A_x =$$

$$A_y =$$

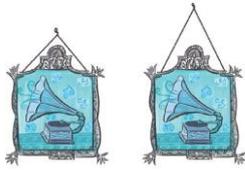


Preguntas

1. Si los niños que están en los columpios tienen el mismo peso, ¿cuál de los dos columpios tiene mayor probabilidad de romperse?

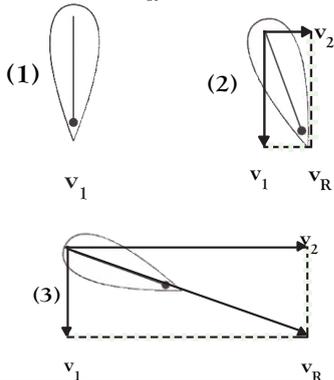


2. Se cuelgan dos cuadros que pesan lo mismo, como se muestra en la figura. ¿En cuál de los dos casos es más probable que se rompa el hilo?

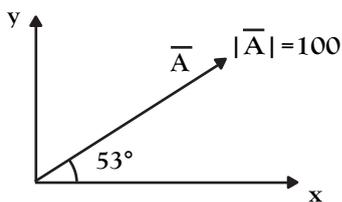


Física en la vida cotidiana

Física del surf. El deporte de la tabla hawaiana sirve muy bien para ilustrar el comportamiento de los vectores. (1) Cuando tu tabla está orientada en el sentido del oleaje su velocidad v_1 es igual que la de la ola. (2) Si forma un ángulo con las olas aparece también una componente v_2 paralela a éstas. Puedes hacer variar v_2 , que está determinada por varios factores, pero v_1 permanece relativamente constante. Así pues, cuando te deslizas formando un ángulo con el oleaje, la velocidad resultante v_R es siempre superior a v_1 . (3) Cuanto mayor sea el ángulo que puedas mantener, mayor será v_R .



1. Halla la componente del vector «A» sobre el eje «X».



Resolución:

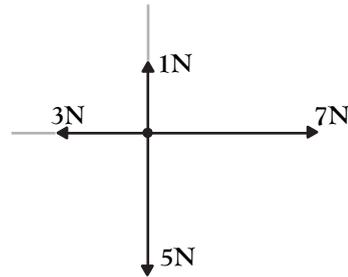
Tenemos que la componente del vector A en el eje X es:

$$A_x = |A| \cos 53^\circ$$

$$\text{donde } \cos 53^\circ = \frac{3}{5}$$

$$\textcircled{R} A_x = 100 \cdot \frac{3}{5} \textcircled{R} A_x = 60$$

2. Calcula el módulo de la resultante.



Resolución:

Tenemos que en el eje X la resultante es:

$$R_x = 7\text{N} - 3\text{N} = 4\text{N} (\square)$$

y además en el eje Y

$$\bar{R}_y = 5\text{N} - 1\text{N} = 4\text{N} (\square)$$

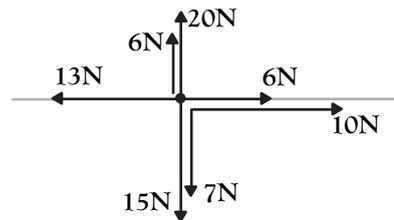
Entonces el vector resultante es:

$$\bar{R} = 4\text{N} \hat{i} + 4\text{N} \hat{j}$$

El módulo de R es:

$$|\bar{R}| = \sqrt{4^2 + 4^2} \textcircled{R} |\bar{R}| = 4 \sqrt{2} \text{N}$$

3. Calcula el módulo de la resultante en:



Resolución:

Tenemos que la resultante en el eje X (R_x) es:

$$R_x = 10\text{N} + 6\text{N} - 13\text{N} = 3\text{N} (\square)$$

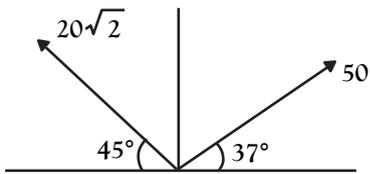
y en el eje Y (R_y) es:

$$\bar{R}_y = 20\text{N} + 6\text{N} - 7\text{N} - 15\text{N} = 4\text{N} (\square)$$

Entonces el módulo del vector resultante es:

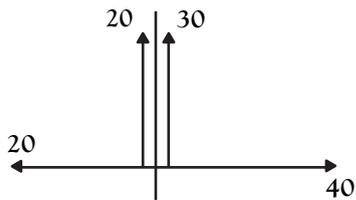
$$|\bar{R}| = \sqrt{4^2 + 3^2} \textcircled{R} |\bar{R}| = 5\text{N}$$

4. Halla el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



Resolución:

Descomponemos cada vector en sus componentes rectangulares.



De aquí:

$$R_x = 40 - 20 = 20$$

$$R_y = 20 + 30 = 50$$

$$\textcircled{R} \quad |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{20^2 + 50^2}$$

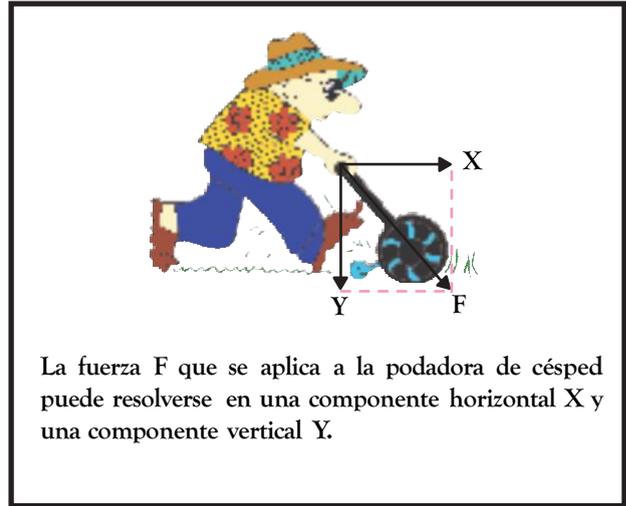
$$4|\vec{R}| = 10\sqrt{29}$$

De aquí tenemos:

$$R_x = 13 - 8 - 5 = 0$$

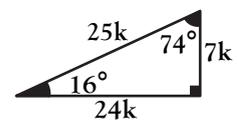
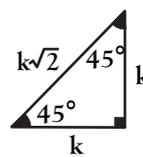
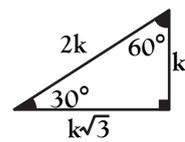
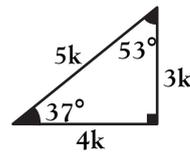
$$R_y = 6 - 5 = 1 (\square)$$

$$\textcircled{R} \quad |\vec{R}| = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1$$

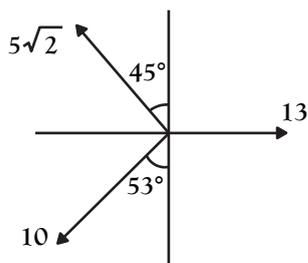


Observación

Recordemos algunos triángulos notables.

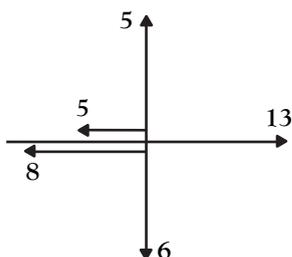


5. Halla el módulo de la resultante.



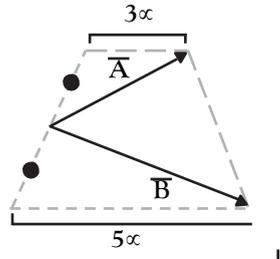
Resolución:

Descomponemos los vectores de módulo $5\sqrt{2}$ y 10, en sus componentes rectangulares.



Resolviendo en clase

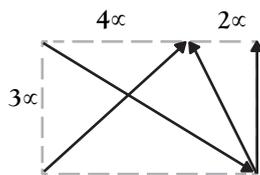
- 1 En la figura mostrada, halla el módulo del vector resultante si la figura mostrada es un trapecio.



Resolución:

Rpta:

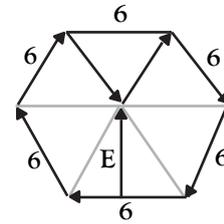
- 2 Halla el módulo de la resultante de los vectores mostrados en la figura.



Resolución:

Rpta:

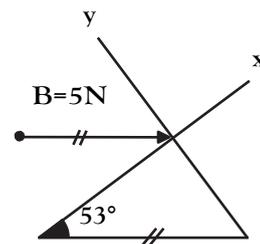
- 3 Halla el módulo de la resultante si:
 $|\vec{E}| = 3\sqrt{3}$.



Resolución:

Rpta:

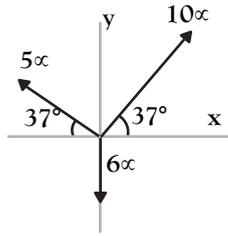
- 4 Descomponer el vector B sobre los ejes perpendiculares de la figura.



Resolución:

Rpta:

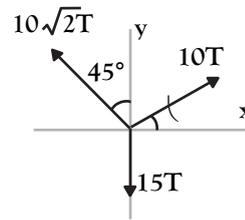
5 Halla el módulo del vector resultante.



Resolución:

Rpta:

6 Si la resultante del conjunto de vectores es horizontal, halla la medida del ángulo « α ».

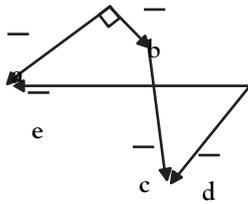


Resolución:

Rpta:

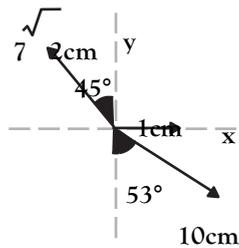
Ahora en tu cuaderno

7. ¿Cuál viene a ser el vector resultante del conjunto de vectores? ($\vec{a} = 2\vec{d}$)



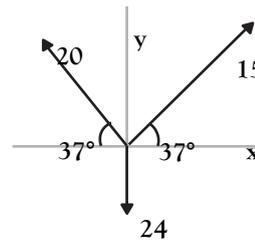
- a) $3\vec{c}$ b) $2\vec{c}/3$ c) \vec{a}
 d) $3\vec{a}$ e) $2\vec{a}$

8. Halla la dirección de la resultante del conjunto de vectores.



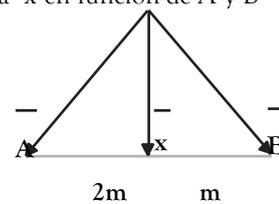
- a) 37° b) $37^\circ/2$ c) 53°
 d) $53^\circ/2$ e) 45°

9. En el sistema de vectores mostrados, calcula el ángulo que forma la resultante con la vertical.



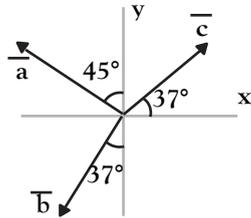
- a) 30° b) 53° c) 37°
 d) 60° e) 45°

10. Halla x en función de A y B



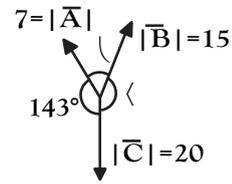
- a) $(A-2B)/3$ b) $(2A+3B)/4$
 c) $(A+B)/2$
 d) $(A-B)/2$ e) $(A+2B)/3$

11. Halla el módulo del vector \vec{c} para que la resultante se ubique sobre el eje «y», sabiendo que $a = 10\sqrt{2}\alpha$ y $b = 10\alpha$.



- a) 20α b) 15α c) 10α
d) 5α e) 30α

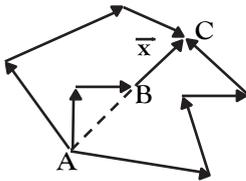
12. Para los vectores \vec{A} , \vec{B} y \vec{C} mostrados en la figura se cumple que: $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{O}$. Halla el ángulo \sphericalangle (agudo) y \sphericalangle (obtuso).



- a) $45^\circ; 172^\circ$ b) $53^\circ; 164^\circ$ c) $37^\circ; 180^\circ$
d) $60^\circ; 157^\circ$ e) $30^\circ; 187^\circ$

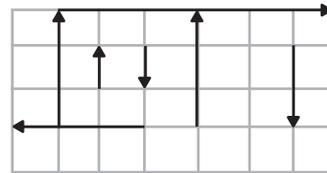
Para reforzar

1. Halla la resultante ($\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$)



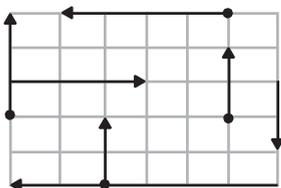
- a) $3\vec{x}$ b) $2\vec{x}$ c) $4\vec{x}$
d) \vec{x} e) $6\vec{x}$

3. Calcula el módulo de la resultante.



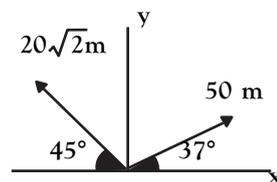
- a) 5 b) 4 c) 3
d) cero e) 6

2. Calcula el módulo de la resultante.



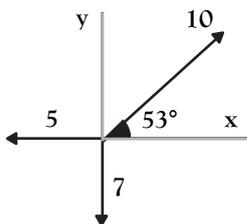
- a) 7 b) 10 c) 6
d) $7\sqrt{2}$ e) 8

4. Halla el módulo de la resultante de los vectores mostrados.



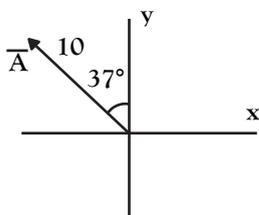
- a) $10\sqrt{6}$ b) $10\sqrt{19}$ c) $10\sqrt{13}$
d) $10\sqrt{29}$ e) 50

5. Calcula la magnitud de la resultante.



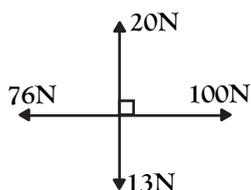
- a) 1 b) 2 c) $2\sqrt{2}$
 d) 3 e) $\sqrt{2}$

6. Halla la suma algebraica de los módulos de los vectores componentes de A.



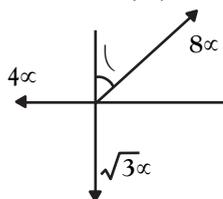
- a) 10 b) 11 c) 12
 d) 14 e) 15

7. Determina el módulo de la resultante.



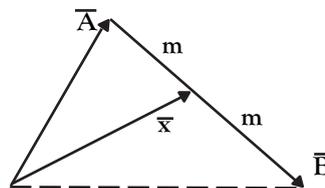
- a) 21 N b) 22 N c) 23 N
 d) 24 N e) 25 N

8. Si el vector resultante del conjunto de vectores mostrados está en el eje y, halla el ángulo α .



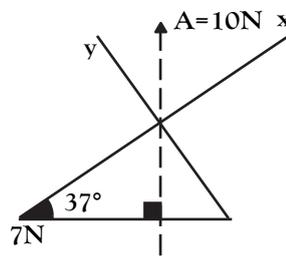
- a) 30° b) 37° c) 45°
 d) 53° e) 60°

9. Expresa en función de \vec{A} y \vec{B} .



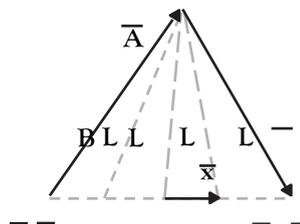
- a) $(\vec{A} + \vec{B})/2$ b) $(\vec{A} - \vec{B})/2$
 c) $2\vec{A} + \vec{B}/2$
 d) $2\vec{A} - \vec{B}/2$ e) $2(\vec{A} + \vec{B})$

10. Descomponer el vector A sobre los ejes inclinados.



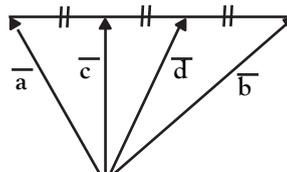
- a) $A_x = 6N; A_y = 10N$ b) $A_x = 8N; A_y = 6N$
 c) $A_x = 6N; A_y = 8N$
 d) $A_x = 5N; A_y = 5N$ e) $A_x = 3N; A_y = 7N$

11. Expresa \vec{x} en función de \vec{A} y \vec{B} .



- a) $\vec{A} + \vec{B}$ b) $(\vec{A} + \vec{B})/2$
 c) $(\vec{A} + \vec{B})/4$
 d) $(\vec{A} + \vec{B})/3$ e) $(\vec{A} - \vec{B})/4$

12. Dado el siguiente conjunto de vectores, encuentra la resultante en función de \vec{a} y \vec{b} .



- a) $\vec{a} + \vec{b}$ b) $2(\vec{a} + \vec{b})$
 c) $3(\vec{a} + \vec{b})$
 d) $4(\vec{a} + \vec{b})$ e) $2\vec{a} + 3\vec{b}$