CONJUNTOS II

RELACIONES CONJUNTISTAS

Pertenencia - inclusión

Conjunto potencia

Objetivos

Identificar un elemento de un conjunto.
Identificar un subconjunto de un conjunto.
Cuantificar o contar subconjuntos de un conjunto.

1. RELACIONES CONJUNTISTAS

1.1 Pertenencia

Dado A = {4; 3}
se dice que:

- $4 \in A$
- $3 \in A$
- $5 \notin A$

¡No lo hagas de otra forma!

Elemento a conjunto

1.2 Inclusión de Conjuntos

$A \subset B \leftrightarrow \forall x \in A \rightarrow x \in B$

- **Se lee:**
  «A» está incluido en «B», si y sólo si, para cualquier «x» que pertenece a «A», éste también pertenece a «B».

$\Rightarrow$ Además: «A $\subset$ B»
«A» está incluido en «B».
«A» está contenido en «B».
«A» es subconjunto de «B».

$\Rightarrow$ «B $\supset$ A»
«B» incluye a «A».
«B» contiene a «A».
«B» es un conjunto a conjunto superconjunto de «A».

Dado: A = {4; 5},
entonces:
$\{4\} \subset A$
$\{5\} \subset A$
$\{4;5\} \subset A$

También: $\varnothing \subset A$

Donde $\varnothing$ es el conjunto vacío o nulo.

Ejemplo 1:

- Sea A = {2; 3; 4},

entonces es cierto que:
$\{2\} \subset A$
$\{3\} \subset A$
$\{4\} \subset A$
$\{2;3\} \subset A$
$\{2;4\} \subset A$
$\{3;4\} \subset A$
$\{2;3;4\} \subset A$
$\varnothing \subset A$

Ejemplo 2:

- Sea A = {a, b; c},

indica V(verdadero) o F (falso).

✱ $\{a\} \in A$ ✱ $\{a; c\} \subset A$
✱ $b \in A$ ✱ $\varnothing \in A$

Resolución

✱ $\{a\} \in$ A, es falso.
✱ $b \in$ A, es verdadero.
✱ $\{a, c\} \subset$ A, es verdadero.
✱ $\emptyset \in$ A, es falso.

Ejemplo 3:

- Sea $A = \{3; 5; 7\}$,
  indica si es verdadero (V) o falso (F).

✱ $\{3\} \subset A$ ✱ $\emptyset \subset A$
✱ $\{5; 7\} \subset A$ ✱ $\{3; 7\} \in A$

Resolución

✱ $\{3\} \subset$ A es verdadero.
✱ $\{5, 7\} \subset$ A es verdadero.
✱ $\emptyset \subset$ A es verdadero.
✱ $\{3, 7\} \in$ A es falso.

Ejemplo 4:

- También se definen conjuntos del tipo:
  $A = \{\{2\}; 2; 3\}$,
  donde los elementos distintos son $\{2\}$, 2 y el 3; pues su cardinal es $n(A) = 3$ y es cierto que:

✱ $\{2\} \in A$ ✱ $\{\{2\}\} \subset A$
✱ $2 \in A$ ✱ $\{2\} \subset A$
✱ $3 \in A$ ✱ $\{3\} \subset A$
✱ $\emptyset \subset A$

También:

✱ $\{\{2\}; 2\} \subset A$
✱ $\{\{2\}; 3\} \subset A$
✱ $\{2; 3\} \subset A$
✱ $\{\{2\}; 2; 3\} \subset A$

Ejemplo 5:

- Si $B = \{2; 3; \{4\}\}$,
  indica V(verdadero) o F (falso).

✱ $\{3\} \in B$ ✱ $\{4\} \subset B$
✱ $\{2\} \subset B$ ✱ $\{2; 3\} \subset B$

Resolución

✱ $\{3\} \in$ B, es falso.
✱ $\{2\} \subset$ B, es verdadero.
✱ $\{4\} \subset$ B, es falso.
✱ $\{2; 3\} \subset$ B, es verdadero.

Ejemplo 6:

- Si $A = \{3; 5; \{3;5\}\}$,
  indica V(verdadero) o F (falso).

✱ $\emptyset \subset A$ ✱ $\{3; \{3;5\}\} \subset A$
✱ $\{5\} \in A$ ✱ $3 \in A$
✱ $\{3;5\} \in A$
✱ $\{3;5\} \subset A$

Resolución

✱ $\emptyset \subset$ A es vedadero.
✱ $\{5\} \in$ A es falso.
✱ $\{3; 5\} \in$ A es verdadero.
✱ $\{3; 5\} \subset$ A es verdadero.
✱ $\{3; \{3; 5\}\} \subset$ A es verdadero.
✱ $3 \in$ A es verdadero.

Conclusión

✱ Todo elemento pertenece al conjunto.
✱ Todo grupo de elementos encerrados con llaves está incluido en el conjunto.

1.3 Subconjuntos de un Conjunto

Ejemplo 1:

- Sea $A = \{2; 3; 4\}$,
  indica todos sus subconjuntos.

Resolución

Los subconjuntos son:

✱ $\{2\}; \{3\}; \{4\}, \{2;3\}$
✱ $\{2; 4\}; \{3; 4\}; \{2; 3; 4\}; \emptyset$

Ejemplo 2:

- Sea $B = \{a, m, a, n, d, a\}$,
  señala todos sus subconjuntos.

Resolución

Simplificando $B = \{a, m, n, d\}$
Los subconjuntos son:

✱ $\{a\}; \{m\}; \{n\}, \{d\}; \{a, m\}$
✱ $\{a, n\}$;.........; $\{a, m, n, d\}$; $\emptyset$

Ejemplo 3:

- Dado P = {m},
  señala todos sus subconjuntos.

Resolución

Los subconjuntos son:

✱ {m}; ∅

PROPIEDAD:

Si A tiene «n» elementos distintos, entonces tiene 2^n subconjuntos de los cuales $2^n - 1$ son subconjuntos propios. Son subconjuntos propios todos los subconjunt os excepto el mismo conjunto.

Ejemplo 1:

- ¿Cuántos subconjuntos posee
  A = {3; 4}?

Resolución

✱ n(A) = 2
subconjuntos: $2^2 = 4$

Ejemplo 2:

- ¿Cuántos subconjuntos

posee
A = {a, e, i, o, u}?

Resolución

✱ n(A) = 5
luego # subconjuntos: $2^5 = 32$

Ejemplo 3:

- ¿Cuántos subconjuntos tiene
  A = {x/x ∈ Z ∧ 2 ≤ x <6 }?

Resolución

✱ A = {2; 3; 4; 5}
n(A) = 4
luego # subconjuntos: $2^4 = 16$

Ejemplo 4:

- ¿Cuántos subconjuntos tiene
  A = {a, m, a, n, d, a}?

Resolución

Simplificando:
✱ A = {a, m, n, d}
n(A) = 4
subconjuntos: $2^4 = 16$

Ejemplo 5:

- ¿Cuántos subconjuntos propios tiene
  A = {a, m, a, n, d, a}?

Resolución

Simplificando:
✱ A = {a, m, n, d}
n(A) = 4
subconjuntos propios:
$2^4 - 1 = 15$

Resolviendo en clase

1 Dado el conjunto:

A = {2; 3; 5; 9}

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

i) 4Î A ( ) iii) 5 Ï A ( )

ii) {3}Î A ( ) iv) 9 Ï A ( )

Resolución:

Rpta:

2 Dado el conjunto:

N = {1; 2; {2}; {2; 3}}

¿Cuántas proposiciones son falsas?

i) {1}Î N ( )

ii) {3}Î N ( )

iii) {2; 3} Ì N ( )

iv) {1; {2}} Ì N ( )

v) 2 Î N ( )

Resolución:

Rpta:

3 Dado:

A = {5; {7}; 9; {12}}

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

i) {5} Ì A ( )

ii) {7} Ì A ( )

iii) {9} Ë A ( )

iv) {5; {7}} Ì A ( )

Resolución:

Rpta:

4 ¿Cuántos subconjuntos tiene un conjunto que posee 5 elementos?

Resolución:

Rpta:

5 **¿Cuántos subconjuntos tiene cada uno de los siguientes conjuntos?**

A = {e; u; c; l; i; d; e; s}

B = {g; a; u; s}

Resolución:

Rpta:

6 **Si un conjunto tiene 31 subconjuntos propios, ¿cuántos elementos tiene el conjunto?**

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. ¿Cuántos subconjuntos propios tiene?

A={b; a; r; r; i; g; a}

8. ¿Cuántos subconjuntos tiene?

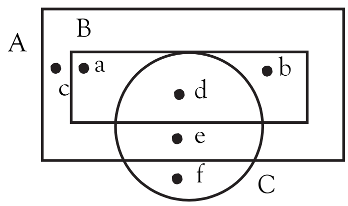
$A = \{x^2 / x \in Z \wedge -6 \leq x \leq 6\}$

9. ¿Cuántos subconjuntos tiene?

A = {{3}; 3; {3; 2}; 2}?

10. ¿Cuántos subconjuntos tiene Q={6x6; 6^2; 72÷2} después de resolverlo?

11. En el gráfico, ¿cuántos subconjuntos tiene B?



12. Si: A = {polígonos}
B = {cuadriláteros}
C = {rectángulos}
no se cumple que:

a) $B \subset A$ b) $C \subset A$ c) $B \subset C$
d) $C \subset B$ e) $A \supset B$

Para reforzar

1. Dado el conjunto: $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8\}$
Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.
i) $4 \in A$ ( ) iii) $6 \in A$ ( )
ii) $10 \in A$ ( ) iv) $\{8\} \in A$ ( )

a) VVFF b) VFFV c) VFVF
d) VFFF e) FFFF

2. Dado el conjunto: $M = \{1; \{2\}; \{3\}; 4\}$
¿Cuántas proposiciones son falsas?
i) $\{1\} \subset M$ ( )
ii) $4 \in M$ ( )
iii) $\{\{2\}\} \subset M$ ( )
iv) $\{\{2\}; \{3\}\} \in M$ ( )

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. Dado: $Z = \{4; 6; \{8\}: \{10\}\}$
Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.
i) $4 \in Z$ ( )
ii) $\{8\} \in Z$ ( )
iii) $\{\{10\}\} \subset Z$ ( )
iv) $\{4; \{8\}\} \subset Z$ ( )

a) FFFV b) VVVV c) VVFF
d) VVVF e) FFVV

4. ¿Cuántos subconjuntos tiene un conjunto que posee 6 elementos?

a) 32 b) 40 c) 64
d) 50 e) 54

5. ¿Cuántos subconjuntos tiene cada uno de los siguientes conjuntos?
$P = \{e, x, i, t, o\}$
$Q = \{v; i; s; i; o; n\}$

a) 32 y 64 b) 32 y 120 c) 32 y 32
d) 64 y 32 e) 64 y 64

6. Si un conjunto tiene 63 subconjuntos propios, ¿cuántos elementos tiene el conjunto?

a) 6 b) 7 c) 4
d) 9 e) 31

7. ¿Cuántos subconjuntos propios tiene:
$A = \{p, e, p, i, n, o\}$?

a) 64 b) 63 c) 32
d) 31 e) 15

8. ¿Cuántos subconjuntos tiene?
$A = \{x^2 / x \in Z \wedge -5 < x < 5\}$

a) 64 b) 63 c) 32
d) 31 e) 16

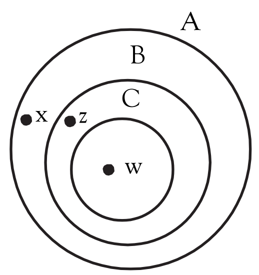
9. ¿Cuántos subconjuntos tiene?
$B = \{\{4;\ 2\}; \{6; 8\}; 8\}$

a) 32 b) 16 c) 8
d) 4 e) 2

10. ¿Cuántos subconjuntos posee
$B = \{2 \times 3;\ 12 \div 2;\ 6\}$
después de resolverlo?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 8

11. En el gráfico, ¿cuántos subconjuntos tiene B?



a) 2 b) 4 c) 8
d) 16 e) 32

12. Si:
A = {triángulos}
B = {polígonos}
C = {cuadrados}
no se cumple que:

a) $A \subset B$ b) $C \subset B$ c) $B \supset C$
d) $B \supset A$ e) $A \subset C$