

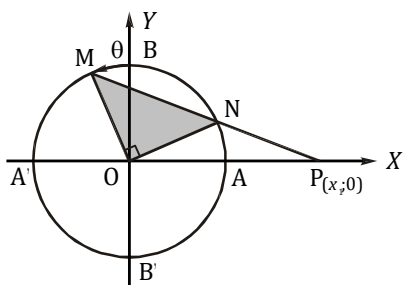


Trigonometría

CIRCUNFERENCIA TRIGONOMETRICA I

MOTIVACIÓN

Si: $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$. Calcular " x_1 ".



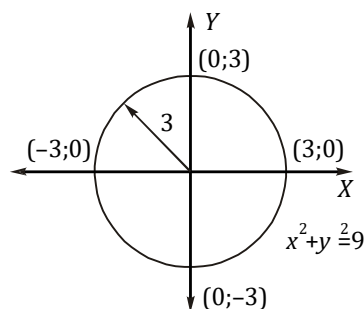
2. CIRCUNFERENCIA CANÓNICA

Es aquella circunferencia cuyo centro es el origen del sistema cartesiano. Estas circunferencias, en la geometría analítica, poseen una ecuación de la forma:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

donde "r" es el radio de la circunferencia

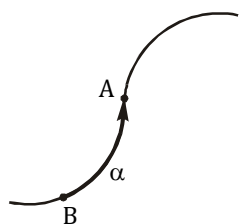
Por ejemplo:



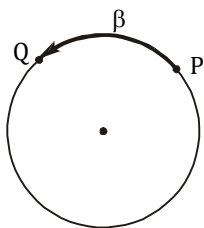
CONCEPTOS PREVIOS

1. Arco orientado

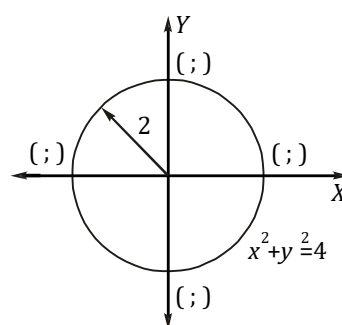
Es la trayectoria descrita por un punto al desplazarse sobre una curva, en un determinado sentido. Estos arcos poseen un origen y un extremo.



Para « α »: B ☐ origen
A ☐ extremo

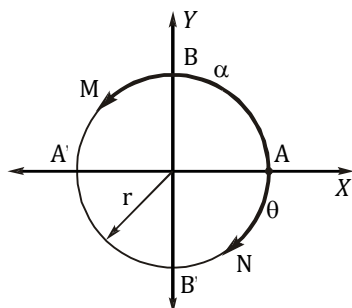


Para « β »: P ☐ origen
Q ☐ extremo



3. ARCO EN POSICIÓN NORMAL

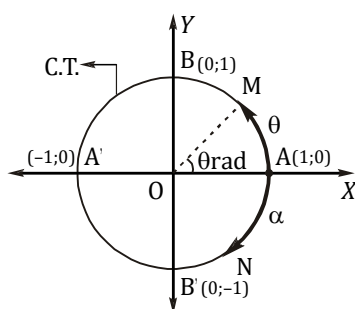
Son arcos orientados determinados en una circunferencia canónica; con origen en el punto «A», mostrado en el gráfico adjunto; los cuales pueden ser generados en sentido antihorario (positivos) o en sentido horario (negativos), por ejemplo:



- «α» «θ» son arcos en posición normal
- α: positivo
θ: negativo
- «M» y «N»: extremos de arco

• CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA

Es aquella circunferencia canónica cuyo radio es igual a la unidad del sistema. Se pueden notar las siguientes características:



A : Origen de arcos

M y N: Extremos de arco

$$\begin{matrix} \uparrow \theta : (+) \\ \uparrow \alpha : (-) \end{matrix}$$

B : Origen de complementos de arcos
A' : Origen de suplementos de arcos
B' : Anónimo

Además; se cumple que:

□ $AOM(\text{en rad}) = AM(\text{numéricamente})$; y debido a esta observación se cumple:

$$\boxed{R.T.(\theta \text{ rad}) = R.T.(\theta)}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} \text{ rad} = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\tan 2 \text{ rad} = \tan 2$$

Es decir, con esta propiedad fundamental es posible calcular las razones trigonométricas de cualquier número real, siempre y cuando ésta se encuentre definida.

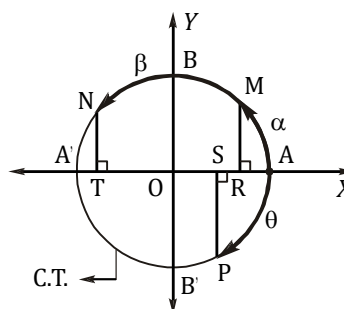
• LÍNEAS TRIGONOMÉTRICAS

Son segmentos de medida positiva o negativa que van a representar el valor numérico de una razón trigonométrica de un ángulo o un número cualquiera.

I. LT. SENO

Es el segmento determinado por la perpendicular trazada desde el extremo del arco considerado hacia el eje de abscisas.

En el gráfico, tenemos entonces que:



$$MR = \text{sena}(+)$$

$$NT = \text{senb}(+)$$

$$PS = \text{senq}(-)$$

Debe notarse además que la L.T.Seno puede ser trazada para cualquier arco «q», verificándose además:

$$\boxed{1 \geq \text{sen} \theta \geq -1}$$

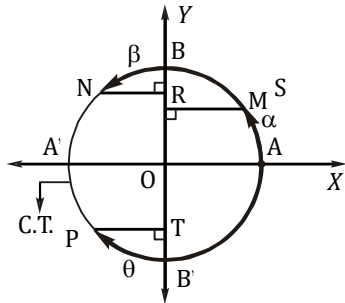
$$(\text{sen} \theta)_{\text{máx}} = 1$$

$$(\text{sen} \theta)_{\text{mín}} = -1$$

II. LT. COSENO

Es el segmento determinado por la perpendicular trazada desde el extremo del arco considerado hacia el eje de ordenadas.

En el gráfico, tenemos entonces que:



$$MS = \cos \alpha(+)$$

$$NR = \cos \beta(-)$$

$$PT = \cos \theta(-)$$

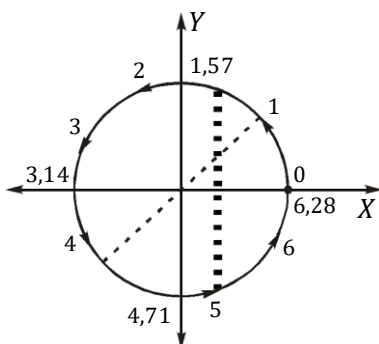
Debe notarse además que la L.T. Coseno puede ser trazada para cualquier arco «q», verificándose además:

$$1 \geq \cos \theta \geq -1$$

$$(\cos \theta)_{\text{máx}} = 1$$

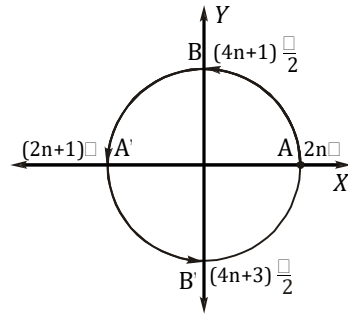
$$(\cos \theta)_{\text{mín}} = -1$$

En algunos casos habrá necesidad de ubicar arcos cuya medida es un número entero y se recomienda, en esos casos, tener en cuenta la siguiente C.T.:



También, si queremos representar de manera genérica los arcos que se ubican en «A», «B», «A'» o «B'» ten-

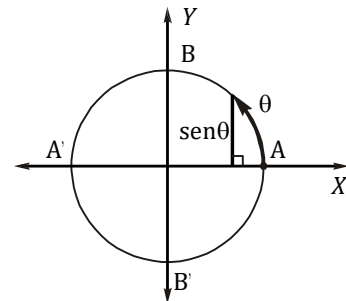
dremos:



Ubicados en: («n» π)

$$\left. \begin{array}{l} A : 2n\pi \\ A' : (2n+1)\pi \end{array} \right\} n\pi \quad \left. \begin{array}{l} B : (4n+1)\frac{\pi}{2} \\ B' : (4n+3)\frac{\pi}{2} \end{array} \right\} (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Por ejemplo; si nos preguntasen para que valor de «q» se cumple: $\text{Sen } q = 0$; tendríamos que decir:



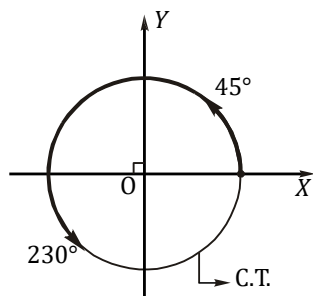
Para que: $\text{Sen } \theta = 0$

«θ» debe ser arco en posición normal ubicando su posición terminal en A o en A'; luego:

$$\theta = n\pi, (n \in \mathbb{Z})$$

Resolviendo en clase

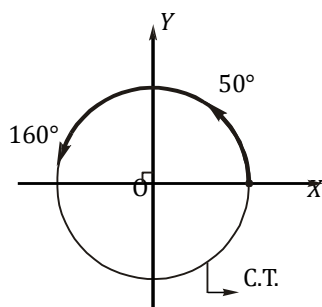
- 1 Trazar las líneas trigonométricas seno y coseno para los arcos mostrados.



Resolución:

Rpta:

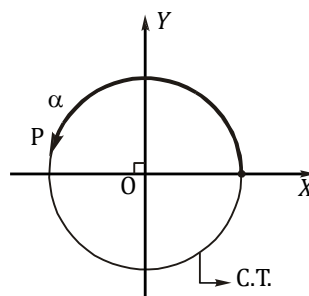
- 2 En la C.T. mostrada indicar la alternativa correcta:



Resolución:

Rpta:

- 3 En la C.T. hallar las coordenadas de «P»

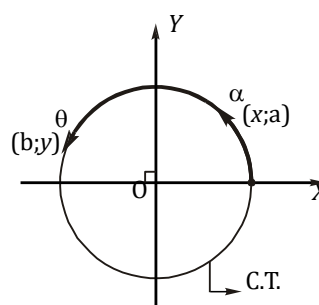


Resolución:

Rpta:

- 4 En la C.T. Calcular:

$$E = \frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} + \frac{b}{\cos \theta}$$



Resolución:

Rpta:

5 Ordenar de mayor a menor:

$\sin 20^\circ$; $\sin 75^\circ$; $\sin 135^\circ$

Resolución:

6 Ordenar en forma decreciente:

$\cos 30^\circ$; $\cos 80^\circ$; $\cos 130^\circ$

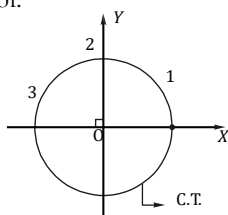
Resolución:

Rpta:

Rpta:

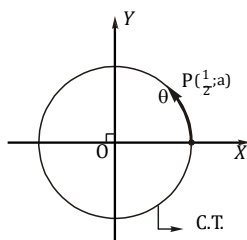
Ahora en tu cuaderno

7. En la C.T. mostrada indicar la expresión de mayor valor.

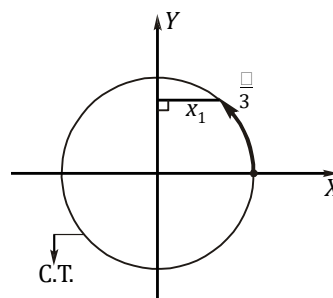


8. Si: $110^\circ < \alpha < \beta < 160^\circ$. Indicar verdadero (V) o falso (F).
- I. $\sin \alpha < \sin \beta$ ()
- II. $\cos \alpha > \cos \beta$ ()

9. Del gráfico, hallar "a"



10. Del gráfico, hallar " x_1 "



11. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- I. $\sin 20^\circ > \sin 70^\circ$
- II. $\sin 200^\circ > \sin 250^\circ$

12. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

- II. $\cos 230^\circ < \cos 260^\circ$

Para reforzar

1. En la C.T. ordenar de mayor a menor:

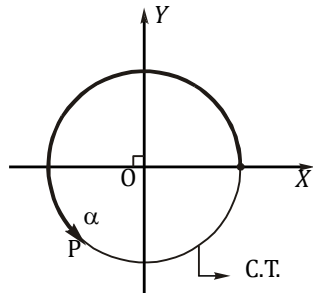
(a) (b) (c)

I. a; b; c II. c; a; b III. b; c; a

(a) $\cos 80^\circ$; (b) $\cos 130^\circ$; (c) $\cos 290^\circ$

I. a; b; c II. c; b; a III. b; c; a
IV. b; a; c V. c; a; b

3. En la C.T. mostrada. Determinar las coordenadas de "P".



a) $\left\{ 2; \frac{1}{2} \right\}$ b) $(1; \cos \alpha)$

c) $(\cos \alpha; \sin \alpha)$

d) $\left\{ \sin \alpha; \frac{1}{2} \right\}$ e) $(0; 1)$

4. Si: $100^\circ < \alpha < \beta < 170^\circ$. Indicar verdadero (V) o falso (F)

I. $\sin \alpha < \sin \beta$

II. $\cos \alpha > \cos \beta$

a) FV b) VV c) FF
d) VF e) N.A.

5. Si: $0 < x_1 < x_2 < \frac{\pi}{4}$. Indicar verdadero (V) o falso (F)

I. $\sin x_2 > \sin x_1$ ()

II. $\cos x_1 < \cos x_2$ ()

a) VV b) FF c) FV
d) VF e) N.A.

6. Indicar el menor valor

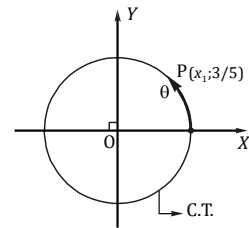
a) $\sin 1$ b) $\sin 2$ c) $\sin 3$ d) $\sin 4$
e) $\sin 5$

7. Calcular el valor de " x_1 "

b) $2/5$

c) $4/5$

e) $3/4$



8. Trazar las líneas seno y coseno para los arcos mostrados.

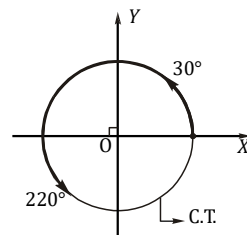
a) $1/5$

b) $2/5$

c) $4/5$

d) 5

e) $3/4$



9. Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $\sin 100^\circ < \sin 160^\circ$

II. $\cos 290^\circ > \cos 340^\circ$

a) VF b) VV c) FF
d) FV e) N.A.

10. Ordenar en forma decreciente:

$a = \sin 80^\circ$; $b = \sin 150^\circ$; $c = \sin 250^\circ$

a) a; b; c b) c; b; a c) c; a; b
d) b; a; c e) a; c; b

11. Si: $\frac{\pi}{2} < x_1 < x_2 < \pi$. Señale verdadero (V) o falso (F)

I. $\sin x_2 > \sin x_1$ ()

II. $\cos x_1 < \cos x_2$ ()

a) VF b) FV c) FF
d) VV e) N.A.

12. En el gráfico calcular el valor de " y_1 "

b) 5

c) $4/5$

d) $4/3$

e) $3/4$

