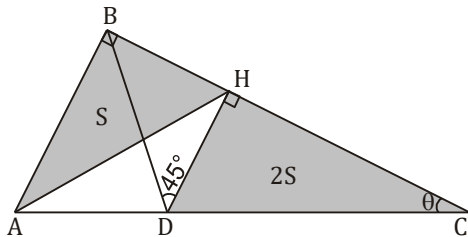




Trigonometría

CALCULO DE LADOS Y ANGULOS VERTICALES

RETO A LA IMAGINACIÓN:

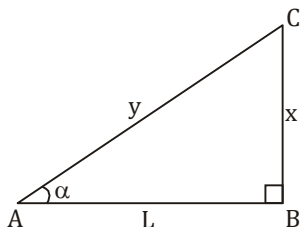


$\text{tg}\theta = ??$

Rpta: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Se tienen los siguientes casos:

I. CONOCIDO EL ÁNGULO AGUDO Y EL CATETO ADYACENTE A DICHO ÁNGULO.

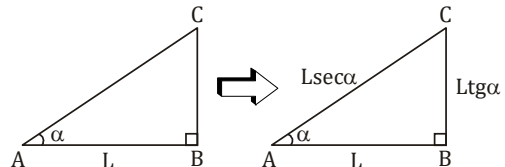


Aplicando:

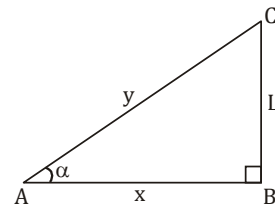
$$\frac{x}{L} = \text{tg}\alpha \text{ ® } x = L \text{tg}\alpha$$

$$\frac{y}{L} = \sec\alpha \text{ ® } y = L \sec\alpha$$

Es decir:



II. CONOCIDO EL ÁNGULO AGUDO Y EL CATETO OPUESTO A DICHO ÁNGULO.

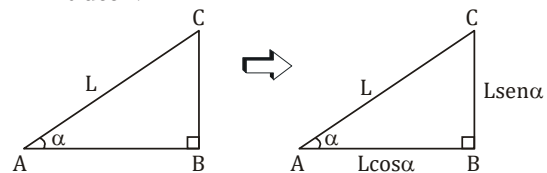


Aplicando:

$$\frac{x}{L} = \text{ctg}\alpha \text{ ® } x = L \text{ctg}\alpha$$

$$\frac{y}{L} = \csc\alpha \text{ ® } y = L \csc\alpha$$

Es decir:



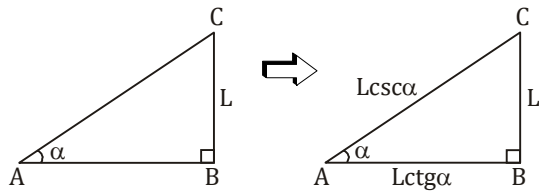
CÁLCULO DE LADOS

Es el procedimiento mediante el cual se calculan los lados desconocidos de un triángulo rectángulo, en función de un lado y un ángulo agudo, también conocido. El criterio a emplear es el siguiente:

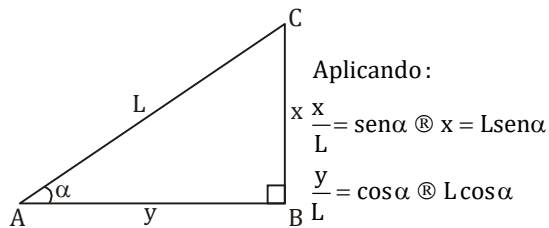
$$\frac{\text{lado desconocido}}{\text{lado conocido}} = \text{R.T.}(\text{ángulo conocido})$$

Despejándose de esta expresión, el lado incógnita. La R.T. a colocar; responde directamente a la posición de los lados que se dividen respecto al ángulo conocido.

Es decir:

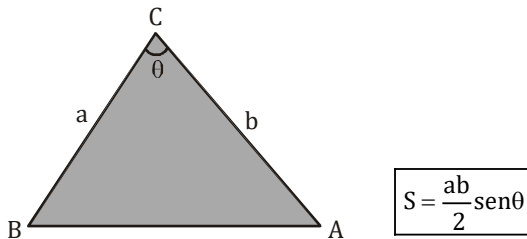


III. CONOCIDO EL ÁNGULO AGUDO Y LA HIPOTENUSA DEL TRIÁNGULO.

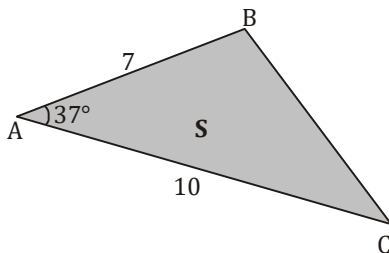


ÁREA DE UN TRIÁNGULO

El área de un triángulo cualquiera es igual al semiproducto de dos de sus lados multiplicado por el seno del ángulo que forman dichos lados. En el gráfico; «S» área del triángulo ABC.



Por ejemplo; en el triángulo ABC:

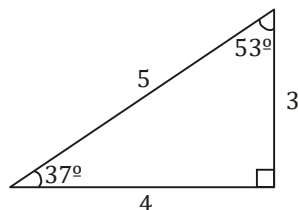


$$S = \frac{7 \cdot 10}{2} \text{sen} 37^\circ$$

$$\text{pero: } \text{sen} 37^\circ = \frac{3}{5}$$

$$\text{luego: } S = \frac{7 \cdot 10}{2} \cdot \frac{3}{5}$$

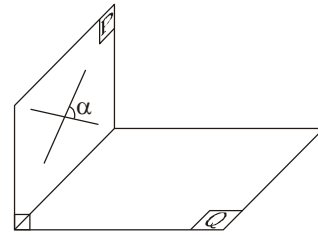
$$4S = 21$$



ÁNGULOS VERTICALES

DEFINICIÓN

Los ángulos verticales son aquellos que están ubicados en un plano vertical. En el gráfico adjunto, el plano «P» es vertical; luego «α» es un ángulo vertical pero no vamos a analizar a todos los ángulos formados de esta manera, sino a aquellos que de forma práctica se determinan por el hecho de realizar una observación. Esto es, los ángulos verticales formados por una línea visual y una línea horizontal.



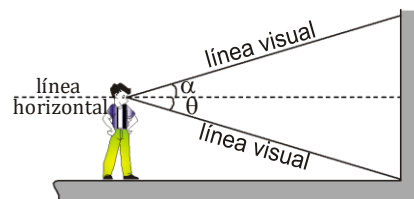
Línea Visual:

Es la línea recta que une el ojo de un observador con un punto observado.

Línea Horizontal:

Es la línea recta paralela a la superficie horizontal referencial, que pasa por el ojo del observador.

En el gráfico:



"α" y "θ": ángulos verticales por su ubicación, se clasifican en:

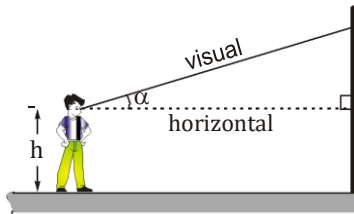
α :ángulo de elevación

θ :ángulo de depresión

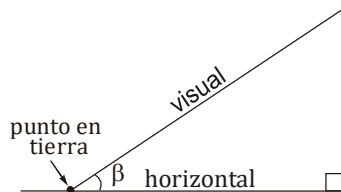
Los problemas en este capítulo, son básicamente para dibujar correctamente el enunciado, reconociendo los ángulos de elevación y depresión para su correcto trazo.

Por ejemplo:

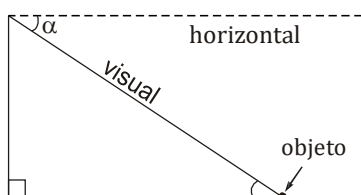
1. Un niño de estatura « h » observa lo alto de un poste con un ángulo de elevación « α ».



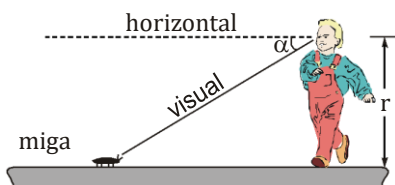
2. Desde un punto en tierra se divisa lo alto de un edificio con un ángulo de elevación « β ».



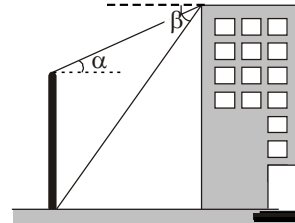
3. Desde lo alto de una torre se divisa un objeto en el suelo con un ángulo de depresión « α ».



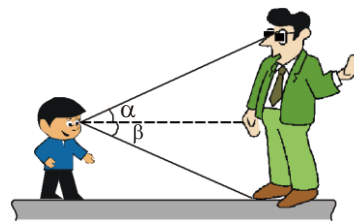
4. Un niño de estatura « h » divisa una hormiga en el suelo con un ángulo de depresión « θ ».



5. Desde lo alto de un poste se ve lo alto de un edificio con un ángulo de elevación « α » y desde lo alto del edificio se ve la base del poste con un ángulo de depresión « β ».



6. Un niño observa los ojos y pies de su padre, con ángulos de elevación y depresión « α » y « β », respectivamente



Resolviendo en clase

- 1 Desde lo alto de un edificio de 8 pisos, se ve un punto en tierra con un ángulo de depresión de 45° . ¿Cuánto mide cada piso del edificio?, si el punto observado se halla a 24m del mismo.

Resolución:

Rpta:

- 2 Desde lo alto de un árbol se ve un pajarito en tierra con un ángulo de depresión « α ». ¿A qué distancia de la base del árbol se halla el pajarito; si el árbol mide 9m?

Resolución:

Rpta:

- 3 Una colina está inclinada un ángulo « β » respecto a la horizontal . A una distancia «m» del inicio de la colina y sobre ella se encuentra un objeto. ¿A qué altura se encuentra éste respecto a la horizontal?

Resolución:

Rpta:

- 4 Desde la parte más alta de un edificio situado a una distancia «d» de una torre se le ve la parte más alta con un ángulo de elevación « x » y la más baja con un ángulo de depresión « y ». Calcule la altura de la torre.

Resolución:

Rpta:

- 5 Un niño de 1,5m de estatura; está ubicado a 6m de una torre y observa su parte más alta con un ángulo de elevación de 53° . ¿Cuál es la altura de la torre?

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

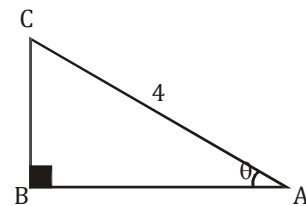
7. Un niño de 1,5m de estatura divisa una piedra en el suelo con un ángulo de depresión de 37° . ¿A qué distancia del niño se encuentra la piedra?
8. Desde un punto en Tierra se divisa lo alto de una torre con un ángulo de elevación « α ». Si el observador se acerca 20m el ángulo de elevación sería « β ». Calcule la altura de la torre, si además se sabe que: $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = 0,25$
9. Desde lo alto de un faro se observa a un mismo lado, dos barcos con ángulos de depresión « α » y « β » ($\alpha < \beta$). Si la altura del faro es de 15m, calcule la distancia de separación de los barcos, si: $\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = 0,8$

- 6 Desde un punto en tierra se divisa una antena que se halla sobre una casa bajo un ángulo de 30° . La parte superior de la casa de elevación de 30° . Si la antena mide 8m, ¿cuál es la altura de la casa?

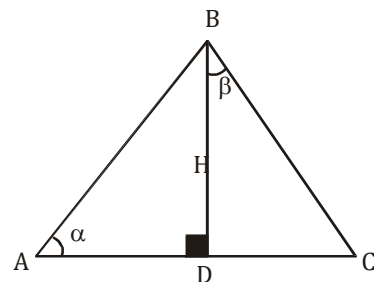
Resolución:

Rpta:

10. Calcule el perímetro del triángulo ABC.



11. Calcule «AC» en el gráfico.

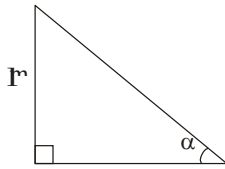


12. Desde un punto de tierra ubicado a 10 m de una torre, se observa la parte más alta con un ángulo de elevación « α ». Calcule la altura de la torre; si: $\operatorname{tg} \alpha = 2/5$.

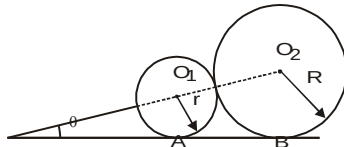
Para reforzar

1. Determine el perímetro del triángulo dado:

- a) $l(1+\cos\alpha+\sec\alpha)$
 b) $l(1+\sec\alpha+\cos\alpha)$
 c) $l(1+\csc\alpha+\sec\alpha)$
 d) $l(1+\cot\alpha+\csc\alpha)$
 e) $l(1+\cot\alpha+\tan\alpha)$



2. Calcule el valor de $\sin\theta$



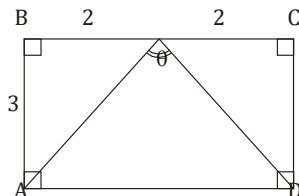
- a) $R+r/R$ b) $R-r/r$ c) $2R/r$
 d) $2r/R$ e) $R-r/R+r$

3. Una persona de 2m de estatura divide lo alto de un poste con un ángulo de elevación de 45° . Si la altura del poste es de 20m. ¿A qué distancia de él se halla la persona?

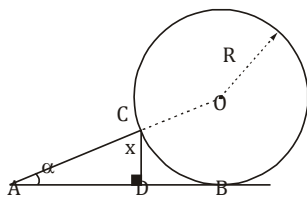
- a) 12 m b) 14 m c) 15 m
 d) 17 m e) 18 m

4. Calcule si ABCD es un rectángulo

- a) 11/10
 b) 12/13
 c) 11/13
 d) 12/17
 e) 10/11



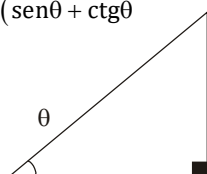
5. Calcule "x", a partir del gráfico mostrado.



- a) $R(1-\cos\alpha)$ b) $R(1-\cot\alpha)$ c) $R(1-\sec\alpha)$
 d) $R(1-\sec\alpha)$ e) $R(1-\csc\alpha)$

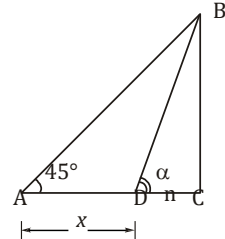
6. Determine el perímetro del triángulo dado:

- a) $n(\tan\theta + \cos\theta + 1)$ b) $n(\sec\theta + \csc\theta + 1)$
 c) $n(\cos\theta + \sec\theta + 1)$
 d) $n(\sec\theta + \csc\theta + 1)$
 e) $n(\sec\theta + \cos\theta + 1)$

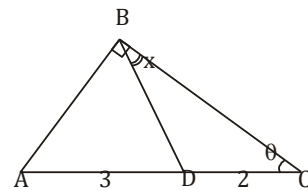


7. Determine «x» del gráfico

- a) $n(\sec\alpha + 1)$
 b) $n(\cos\alpha - 1)$
 c) $n(\tan\alpha - 1)$
 d) $n(\cot\alpha + 1)$
 e) $n(\sec\alpha + 1)$



8. Calcule «tgx», del gráfico



- a) $\frac{2}{5}\tan\theta$ b) $\frac{2}{5}\cot\theta$ c) $\frac{2}{3}\tan\theta$
 d) $\frac{2}{3}\cot\theta$ e) $\frac{3}{5}\tan\theta$

9. Desde un punto ubicado a 24m de una torre, se divide su parte más alta con un ángulo de elevación de 53° . ¿Cuál es la altura de la torre?

- a) 24m b) 36m c) 32m
 d) 42m e) 48m

10. Una persona de 2m de estatura, ubicada a 32m de una torre de 34m de altura; divide la parte más alta con un ángulo de elevación de:

- a) 20° b) 15° c) 30°
 d) 60° e) 45°

11. Desde lo alto de un edificio de altura «h» se divide una piedra en el suelo con un ángulo de depresión « β ». ¿A qué distancia de la base del edificio, se halla la piedra?

- a) $h\sec$ b) $h\cos$ c) $h\tan$
 d) $h\cot$ e) $h\sec$

12. Calcule «BC» en el gráfico:

- a) $m \sin\alpha$
 b) $m \cos\alpha$
 c) $m \tan\alpha$
 d) $m \sec\alpha$

