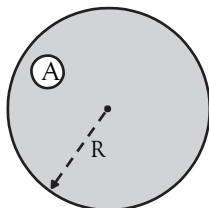


# Geometría

## AREA DE REGIONES CIRCULARES

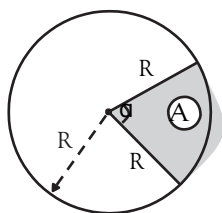
### CÍRCULO



A : área  
R : radio

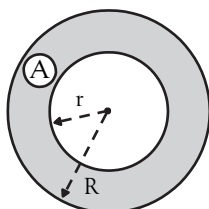
$$A = \pi R^2$$

### SECTOR CIRCULAR



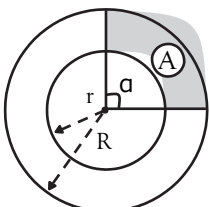
$$A = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot R^2}{360^\circ}$$

### CORONA CIRCULAR



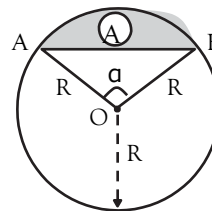
$$A = \pi (R^2 - r^2)$$

### TRAPECIO CIRCULAR



$$A = \frac{\alpha \cdot \pi}{360^\circ} (R^2 - r^2)$$

### SEGMENTO CIRCULAR

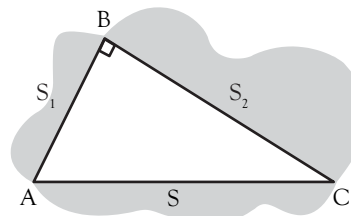


$$A = A(\text{sector AOB}) - A(\Delta AOB)$$

$$A = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot R^2}{360^\circ} - \frac{1}{2} R^2 \sin \alpha$$

### PROPIEDADES

- En todo triángulo rectángulo la suma de las áreas de las figuras semejantes construidas sobre los catetos, es igual al área de la figura semejante construida sobre la hipotenusa.



$$S_1 + S_2 = S$$

### Demostración:

Por ser semejantes

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AB^2}{BC^2} \wedge \frac{S_2}{S} = \frac{BC^2}{AC^2}$$

Sumando:

$$\frac{S_1 + S_2}{S} = \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2}$$

Pero:

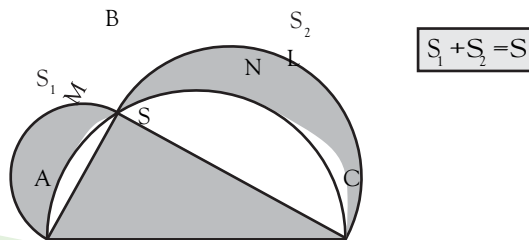
$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$\frac{S_1 + S_2}{S} = \frac{AC^2}{AC^2} = 1$$

$$\therefore S_1 + S_2 = S$$

## LÚNULAS DE HIPÓCRATES

2.



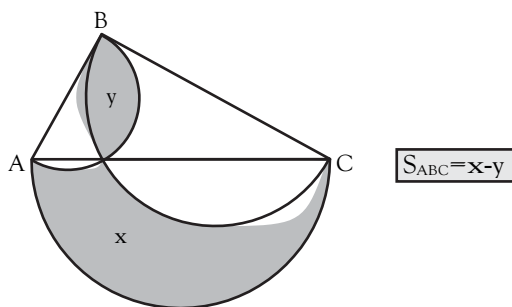
**Demostración:**

Por la propiedad anterior:

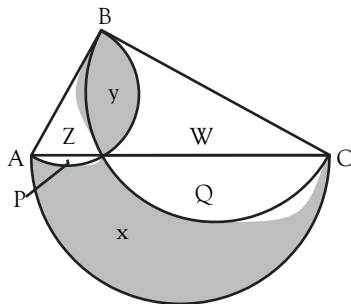
$$(S_1 + M) + (S_2 + N) = S + M + N$$

$$S_1 + S_2 = S$$

3.



**Demostración:**

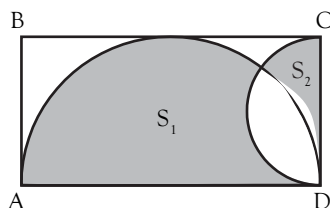


$$(Z + y + P) + (y + W + Q) = P + Q + x$$

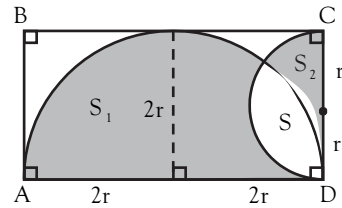
$$y + Z + W = x - y \Rightarrow S_{ABC} = x - y$$

## Ejercicios Resueltos

- 1) En el gráfico mostrado, ABCD es un rectángulo. Si  $S_1 - S_2 = 12 \text{ m}^2$ , halla el área de la semicircunferencia menor.



**Resolución:**



Se observa que  $AD = 2CD$

$$S_1 + S_2 = \frac{\pi (2R)^2}{2} = 2\pi R^2$$

$$S_1 + S_2 = 2\pi R^2 \quad (1)$$

$$S_2 + S = \frac{\pi r^2}{2} \quad (2)$$

$$(1) - (2):$$

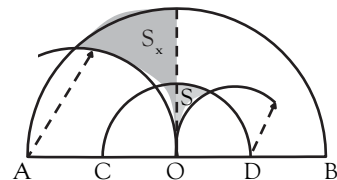
$$S_1 - S_2 = \frac{3}{2} \pi r^2$$

$$\frac{12}{3} = \frac{\pi r^2}{2} \quad (3)$$

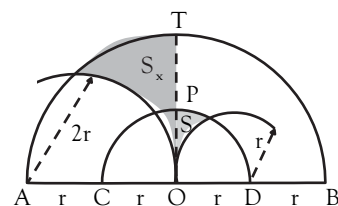
$$(2) = (3) \Rightarrow S + S_2 = 4$$

$$\text{Rpta.: } 4 \text{ m}^2$$

- 2) En la figura se muestra dos semicircunferencias concéntricas en el punto O. Calcula  $S_x$  si  $S = 2 \text{ m}^2$  y  $AC = OC$ .



**Resolución:**



Se observa que las figuras de áreas  $S_x$  y  $S$  son semejantes, siendo  $\overline{PO}$  y  $\overline{TO}$  los lados homólogos.

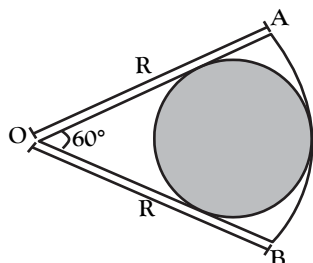
$$\Rightarrow \frac{S_x}{S} = \left(\frac{TO}{PO}\right)^2 = \left(\frac{2r}{r}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow S_x = 4S = 8 \text{ m}^2$$

$$\text{Rpta.: } 8 \text{ m}^2$$

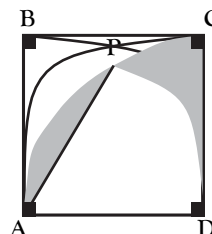
## Resolviendo en clase

- 1 Halla el área de un círculo inscrito en el sector circular mostrado si  $R=6$ .



Resolución:

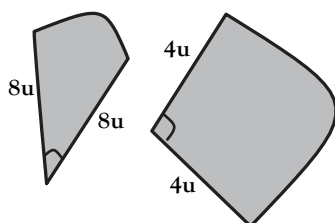
- 3 Si el lado del cuadrado ABCD es 6, calcula el área de la región sombreada (A y D: centros).



Resolución:

**Rpta:**

- 2 Calcula "A-B".

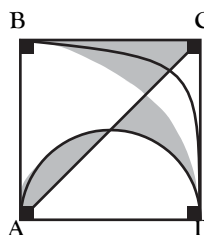


Resolución:

**Rpta:**

**Rpta:**

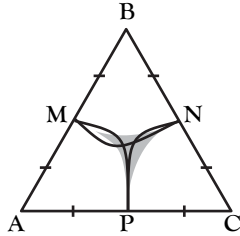
- 4 En la figura se pide calcular el área de la región sombreada si el lado del cuadrado ABCD mide 6m.



Resolución:

**Rpta:**

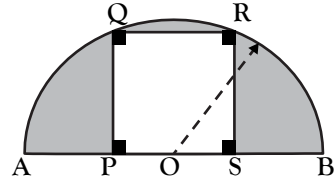
- 5 Halla el área de la región sombreada si el triángulo ABC es equilátero de lado 4 y "M", "N" y "P" son puntos medios.



Resolución:

**Rpta:**

- 6 Halla el área sombreada si  $AO=OB=10$ , además PRQS es un cuadrado.

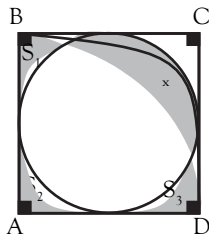


Resolución:

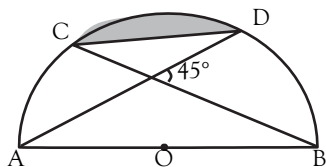
**Rpta:**

## Ahora en tu cuaderno

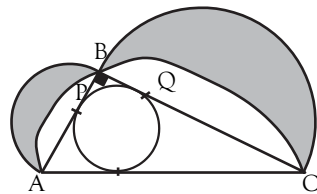
7. Halla el área  $S_x$  si:  $S_1 + S_2 + S_3 = 100u^2$ .



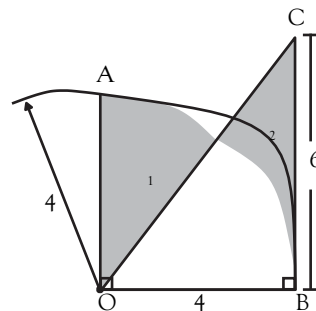
8. En la figura, calcula el área de la región sombreada si  $AO=OB=2m$ .



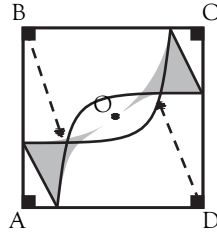
9. En la figura, halla el área de la región sombreada si  $AP=3$  y  $QC=4$ .



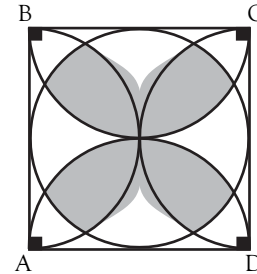
10. Calcula " $S_1 - S_2$ ".



11. En la figura se tiene un cuadrado de lado 2m. Calcula el área sombreada (O:centro del cuadrado).

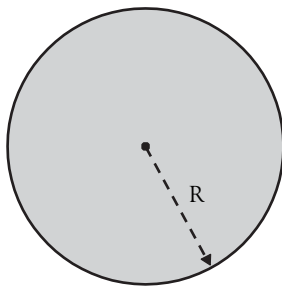


12. Halla el área de la región sombreada donde los lados del cuadrado ABCD son diámetros de los semicírculos, además  $AB=6$ .



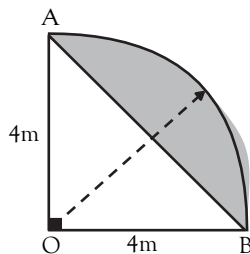
## Para reforzar

1. El área del círculo es  $64\pi \text{ u}^2$ . Calcula el radio "R".



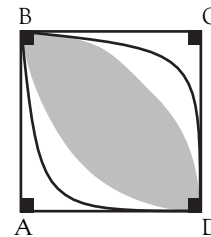
- a)  $2 \text{ u}$       b)  $4 \text{ u}$       c)  $6 \text{ u}$   
d)  $8 \text{ u}$       e)  $10 \text{ u}$

2. Calcula el área de la región sombreada.



- a)  $4(\pi - 2) \text{ m}^2$     b)  $(4\pi - 2) \text{ m}^2$     c)  $(8\pi - 4) \text{ m}^2$   
d)  $2(\pi - 4) \text{ m}^2$     e)  $(\pi - 1) \text{ m}^2$

3. Halla el área sombreada si el lado del cuadrado ABCD mide  $2\text{u}$ .

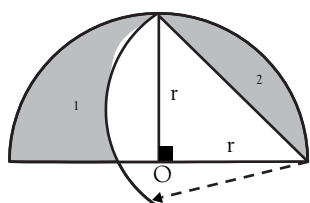


- a)  $(\pi - 2) \text{ u}^2$   
b)  $(\pi + 2) \text{ u}^2$   
c)  $2(\pi - 2) \text{ u}^2$   
d)  $2(\pi - 1) \text{ u}^2$   
e)  $2(\pi + 2) \text{ u}^2$

4. En un trapecio rectángulo el perímetro es  $18 \text{ u}$  y el lado mayor no paralelo es  $7 \text{ u}$ . Entonces el área del círculo inscrito en el trapecio es:

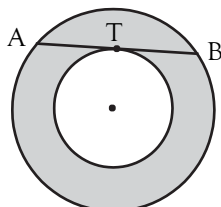
- a)  $2\pi \text{ u}^2$   
b)  $\pi \text{ u}^2$   
c)  $\pi/2 \text{ u}^2$   
d)  $4\pi \text{ u}^2$   
e)  $3\pi/2 \text{ u}^2$

5. Halla "r" si  $S_1 + S_2 = 16\pi \text{ u}^2$ .



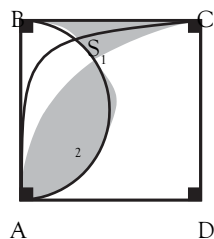
- a)  $4 \text{ u}$       b)  $8 \text{ u}$       c)  $\sqrt{2} \text{ u}$   
d)  $2\sqrt{2} \text{ u}$       e)  $4\sqrt{2} \text{ u}$

6. Halla el área de la corona circular mostrada si  $AB=2 \text{ m}$ . (T: punto de tangencia)



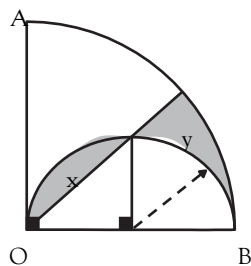
- a)  $\pi \text{ m}^2$       b)  $2\pi \text{ m}^2$       c)  $3\pi \text{ m}^2$   
d)  $4\pi \text{ m}^2$       e)  $6\pi \text{ m}^2$

7. En la figura, halla " $S_2$ " si el lado del cuadrado ABCD es igual a  $4 \text{ cm}$ .



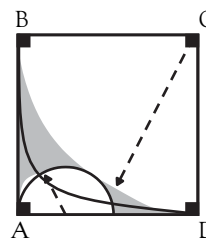
- a)  $(3\pi - 8) \text{ cm}^2$       b)  $2(3\pi - 8) \text{ cm}^2$   
c)  $2(3\pi - 4) \text{ cm}^2$   
d)  $2(3\pi + 4) \text{ cm}^2$       e) N.A.

8. Si  $AO=OB$ , calcula  $x/y$ .



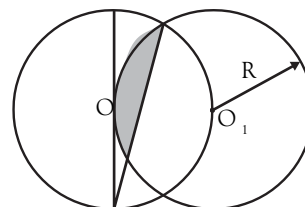
- a)  $1/2$       b)  $2/3$       c)  $1$   
d)  $3/4$       e)  $4/5$

9. Determina el área de la región sombreada, si ABCD es un cuadrado de lado  $4 \text{ u}$ .



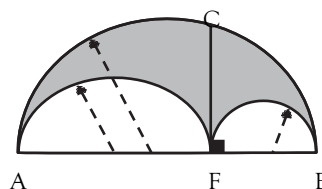
- a)  $(16\pi - 9) \text{ u}^2$       b)  $(32 - 9\pi)/2 \text{ u}^2$   
c)  $(32 - 9\pi) \text{ u}^2$   
d)  $(16 - 5\pi) \text{ u}^2$       e) N.A.

10. En la figura si "O" y "O1" son centros, calcula el área de la región sombreada, además  $R=2$ .



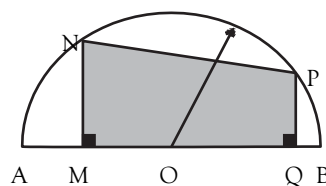
- a)  $(\pi - 1) \text{ u}^2$       b)  $(\pi - 2) \text{ u}^2$       c)  $(\pi - 4) \text{ u}^2$   
d)  $\pi \text{ u}^2$       e)  $2\pi \text{ u}^2$

11. Calcula el área de la región sombreada si  $CF=6$ .



- a)  $9\pi \text{ u}^2$       b)  $18\pi \text{ u}^2$       c)  $12\pi \text{ u}^2$   
d)  $6\pi \text{ u}^2$       e)  $20\pi \text{ u}^2$

12. Calcula el área de la región sombreada MNPQ si  $MQ=8 \text{ u}$  y  $\angle MNP=90^\circ$ .



- a)  $16 \text{ u}^2$       b)  $18 \text{ u}^2$       c)  $24 \text{ u}^2$   
d)  $36 \text{ u}^2$       e)  $32 \text{ u}^2$