



Trigonometría

APLICACIONES GRAFICAS EN LA RESOLUCION DE TRIANGULO RECTANGULOS

MOTIVACIÓN:

LA ASTRONOMÍA MODERNA

Con la invención del espectroscopio en el siglo XIX, que permitía el análisis de la luz y la determinación de cuya culminación se alcanzó en el siglo XX, siendo prácticamente términos sinónimos en la actualidad. Los primeros pasos en este sentido se dieron en 1802 con el descubrimiento de las líneas del espectro solar por parte de Wollaston, estudiadas después por Fraunhofer. En 1838 Bessel logró determinar, mediante el método de la triangulación, la distancia de la estrella 61 Cygni, siendo esta la primera vez que se demostraba que las estrellas estaban a enormes distancias, lo cual las convertía en soles como el nuestro, pero situados mucho más lejos. En la segunda mitad del siglo XIX, Kirchhoff y Bunsen pusieron las bases para el análisis espectral de las estrellas, demostrando que las líneas del espectro no se distribuyen al azar, sino que ocupan lugares muy concretos que responden a la presencia de determinados elementos químicos. Al mismo tiempo se sugirieron los primeros sistemas de clasificación de las estrellas a partir de sus espectros, culminados en 1890 con los trabajos de Pickering, que estableció el sistema que se utiliza todavía en la actualidad. Ello permitió a Hertzsprung y Russell construir su célebre diagrama que agrupa las estrellas en función de su tipo espectral y su luminosidad, comprobando lo que ya habían descrito Kirchhoff y Bunsen: que éstas se distribuyen en zonas muy concretas, abriendo con ello las puertas al estudio de la evolución de las estrellas. En 1912, Henrietta S. Leavitt descubrió la existencia de una relación directa entre el período de variación de la luminosidad absoluta. Esta relación permitió calcular por primera vez la distancia a las galaxias cercanas siempre que fuera posible identificar cefeidas en ellas. A finales de la década de 1920, Hubble y Humason descubrieron que las líneas espectrales de las galaxias estaban sistemáticamente desplazadas hacia el rojo a causa del efecto

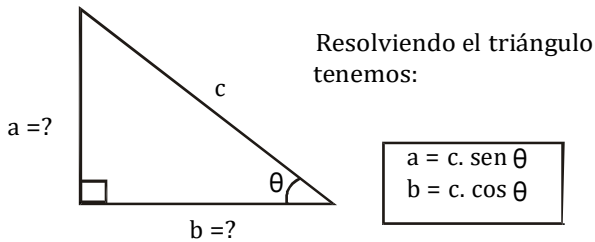
Doppler, y que este desplazamiento era tanto mayor cuanto más lejana se encontraba la galaxia. Con ello quedaba descubierta la expansión del Universo, que señaló el comienzo de la cosmología como ciencia. Con la llegada de la radioastronomía y más tarde de la astronomía por satélite y el desarrollo de la física, la astronomía conoció un crecimiento espectacular en la última mitad del siglo XX, de forma que los descubrimientos se suceden a un ritmo vertiginoso. Pueden citarse como los más significativos los siguientes: 1960, descubrimiento de la primera fuente de rayos X (Cygnus X-1); 1963, identificación óptica del primer cuasar (3C273); 1965, descubrimiento de la radiación de fondo de microondas a 3K, que confirmaba definitivamente el modelo del Big Bang para el origen del Universo; 1967, descubrimiento del primer pulsar; 1973, primeras fotografías del sol desde el espacio; 1973 fotografías de Júpiter desde cerca enviadas por el Pioneer 10; 1976, primer aterrizaje de una sonda automática en Marte (Viking 1 y 2); 1978, identificación de Cygnus X-1 como una estrella asociada a un agujero negro; 1983, comienzo de la astronomía infrarroja desde el espacio con el lanzamiento del satélite IRAS; 1987, detección por primera vez de la llegada a la Tierra de neutrinos procedentes del espacio (supernova 1987A); 1995, después de ser reparado para el telescopio espacial Hubble comienza a enviar a la Tierra informaciones diez veces más precisas que las disponibles hasta entonces, dando con ello un impulso extraordinario al conocimiento astronómico; 1997, se demuestra que algunos cuasares no son más que núcleos de galaxias muy activos; 1998 identificación de las erupciones de rayos gamma como procedentes de galaxias en los confines del Universo, lo que las convierte en los fenómenos más violentos después del Big Bang.

Resolver un triángulo rectángulo, significa encontrar la medida de todos sus elementos básicos; es decir 3 lados y sus 2 ángulos agudos, pues el ángulo recto es un dato constante, y nos encontremos con 3 casos a saber:

1ER. CASO:

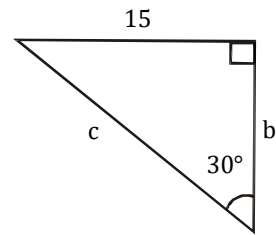
Datos: $c =$ Hipotenusa
 $q =$ ángulo agudo

Incognitas $a =$ Cateto opuesto al \square q
 $b =$ Cateto adyacente al \square q



Ejemplo:

Calcular “c” y “b” del gráfico



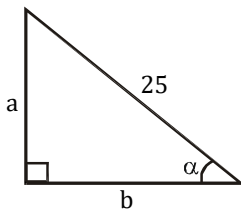
Resolución:

$$b = 15 \cdot \text{ctg}30^\circ = 15 \cdot \sqrt{3}$$

$$c = 15 \cdot \text{csc}30^\circ = 15(2) = 30$$

Ejemplo:

Calcular “a” y “b”; si $\alpha = 37^\circ$



Resolución:

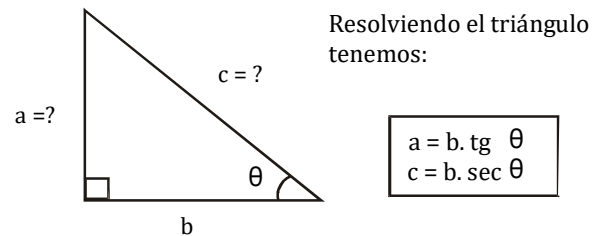
$$a = 25 \text{ sen} \alpha \rightarrow a = 25 \text{ sen} 37^\circ = 25 \cdot \frac{3}{5} = 15$$

$$b = 25 \text{ cos} \alpha \rightarrow b = 25 \text{ cos} 37^\circ = 25 \cdot \frac{4}{5} = 20$$

3ER. CASO:

Datos: $q =$ ángulo Agudo
 $b =$ cateto adyacente al \square q

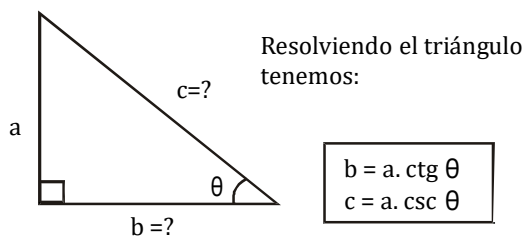
Incognitas: $c =$ Hipotenusa
 $a =$ cateto opuesto al \square q



2DO. CASO:

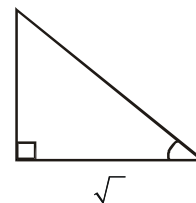
Datos: $q =$ ángulo agudo
 $a =$ cateto opuesto al \square q

Incognitas $c =$ hipotenusa
 $b =$ cateto adyacente al \square q



Ejemplo:

Calcular “a” y “c”



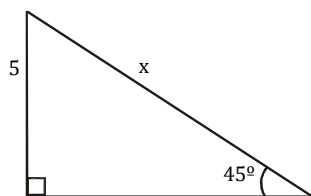
Resolución:

$$a = \sqrt{2} \cdot \text{tg}45^\circ = 2\sqrt{2} \cdot (1) = 2\sqrt{2}$$

$$c = \sqrt{2} \cdot \text{sec}45^\circ = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\cos 45^\circ} \right) = 2$$

Resolviendo en clase

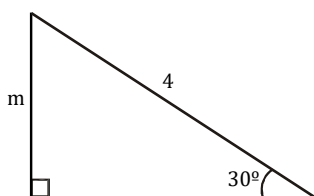
1 Calcular "x"



Resolución:

Rpta:

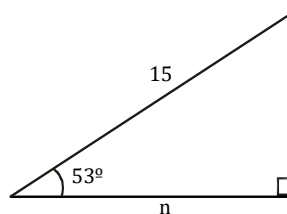
2 Calcular "m"



Resolución:

Rpta:

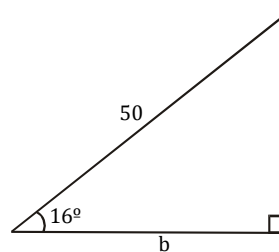
3 Calcular "n"



Resolución:

Rpta:

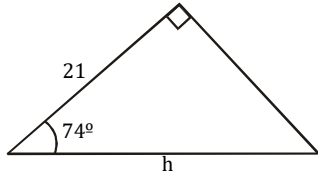
4 Calcular "b"



Resolución:

Rpta:

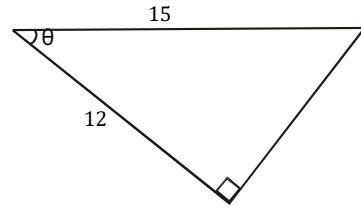
5 Calcular "h"



Resolución:

Rpta:

6 Determinar "sen q"

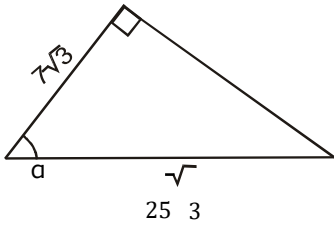


Resolución:

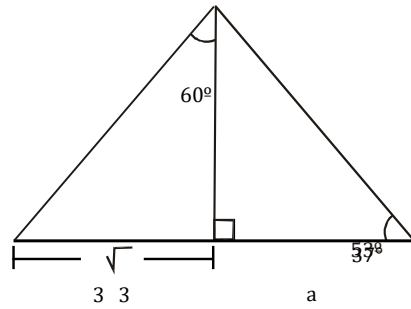
Rpta:

Ahora en tu cuaderno

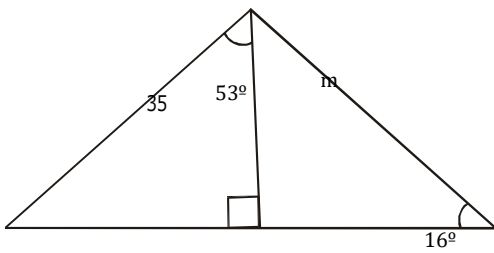
7. Calcular "tga"
si:



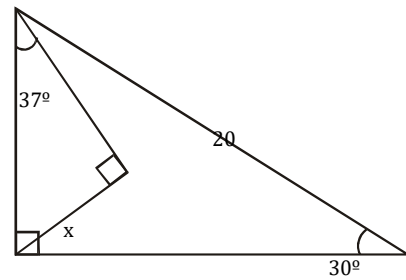
9. Calcular "a"



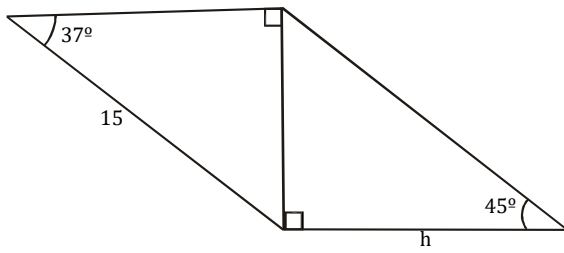
8. Determinar "m"



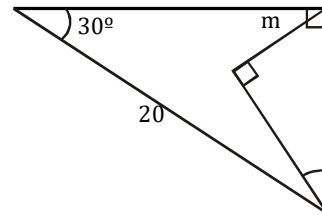
10. Determinar "x"



11. Determinar "h"

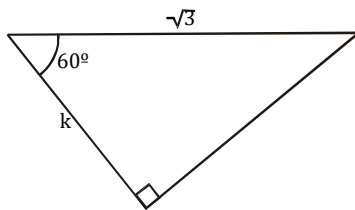


12. Calcular "m"



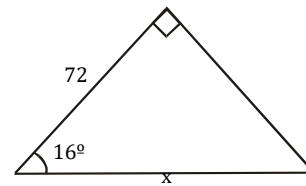
Para reforzar

1. Determinar "k":



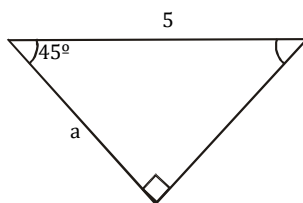
- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{1}{3}$
 d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

3. Calcular: "x":



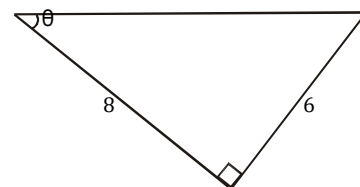
- a) 45° b) 57° c) 65°
 d) 75° e) 80°

2. Determinar "a":



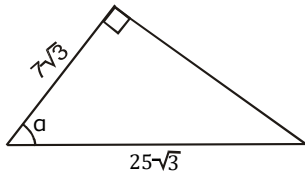
- a) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

4. Determinar "cos q"



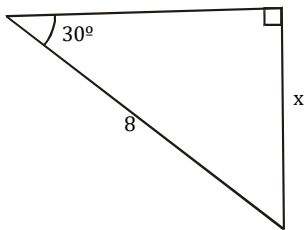
- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{5}$
 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{4}{3}$

5. Calcular tga si:



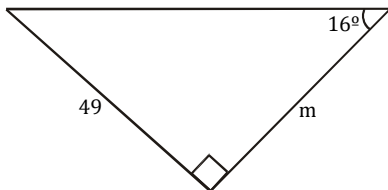
- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{5}$
 d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{4}{3}$

6. Calcular "x"



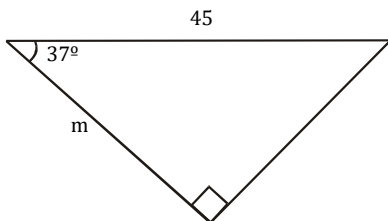
- a) 2 b) 1 c) 3
 d) 4 e) 5

7. Determinar: "m"



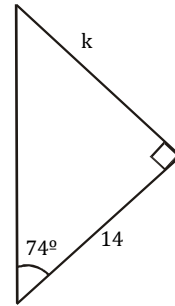
- a) 124 b) 168 c) 130
 d) 125 e) 146

8. Calcular "m"



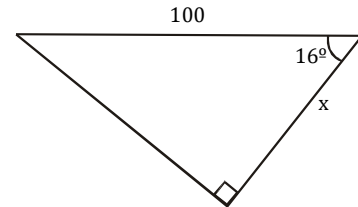
- a) 27 b) 30 c) 36
 d) 29 e) 45

9. Determinar "k":



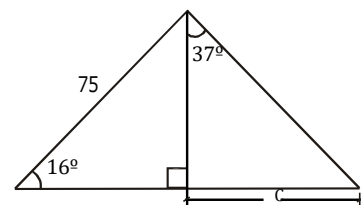
- a) 24 b) 21 c) 50
 d) 48 e) 35

10. Calcular "x"



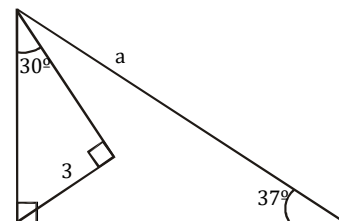
- a) 80 b) 40 c) 96
 d) 60 e) 50

11. Determinar "c"



- a) $\frac{23}{4}$ b) $\frac{43}{4}$ c) $\frac{9}{4}$
 e) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{63}{4}$

12. Calcular "a"



- a) 12 b) 15 c) 20
 d) 18 e) 10