



Trigonometría

ÁNGULO TRIGONOMETRICO

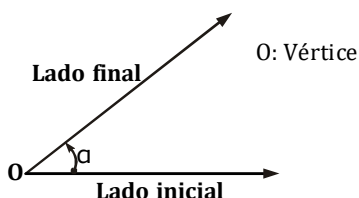
HIPARCO: PADRE DE LA TRIGONOMETRÍA

Según Theon de Alejandría entre 161 y 126 a.C, hay un florecimiento científico, dentro del cual se debe considerar a Hiparco como el verdadero creador de la Trigonometría: en efecto, de acuerdo a la tendencia más pragmática de los alejandrinos, parece haber sido el primero en emplearla para resolver ciertos problemas prácticos. Y creó esta ciencia precisado por las exigencias de la Astronomía de entonces; pues ya que se conocía la propiedad geométrica de que los arcos no son proporcionales a sus cuerdas, se vio impedido a hacer una tabulación de las cuerdas y arcos, dividiendo la circunferencia en 360 grados y el radio en 60 partes iguales.

ÁNGULO TRIGONOMÉTRICO

DEFINICIÓN

Es aquel ángulo que se genera por la rotación de un rayo, alrededor de un punto fijo llamado vértice; desde una posición inicial hasta una posición final. Esta rotación, se efectúa normalmente en un plano.



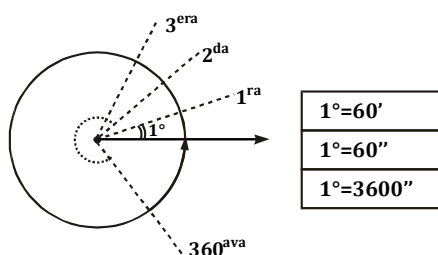
SISTEMAS DE MEDICIÓN ANGULAR

Son las diferentes formas en que se pueden medir los ángulos, cada uno basado en una unidad de medición y destacando los siguientes:

I. SISTEMA SEXAGESIMAL

Llamado también inglés, es aquel que tiene como unidad a un grado sexagesimal (1°); que es el resultado de dividir al ángulo de una vuelta en 360 iguales. Es decir:

$$1^\circ = \frac{\angle 1 \text{ vuelta}}{360^\circ} \rightarrow \angle 1 \text{ vuelta} = 360^\circ$$



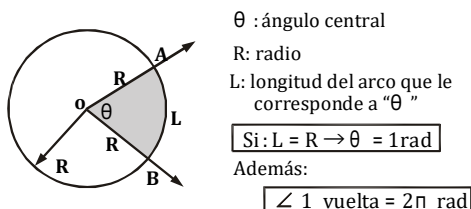
Nota

La creación de minutos y segundos sexagesimales; obedece a que no siempre un ángulo mide una cantidad exacta de grados. Es perfectamente posible que un ángulo se exprese como: $a^\circ b' c''$, cumpliéndose:

$$a^\circ b' c'' = a^\circ + b' + c''$$

II. SISTEMA RADIAL O CIRCULAR

Llamado también internacional; es aquel que tiene como unidad de medición a 1 radián (1 rad), que viene a ser la medida de un ángulo central en una circunferencia, cuando el arco que le corresponde tiene la misma longitud que el radio de la circunferencia. En el gráfico:



Consideraciones:

1. $1 \text{ rad} > 1^\circ$
2. $\angle 1 \text{ vuelta} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad} \rightarrow 180^\circ = \pi \text{ rad}$

CONVERSIÓN ENTRE SISTEMAS

Es el proceso mediante el cual la medida de un ángulo se puede expresar en cualquier otra unidad diferente de la que ya tiene. Para ello es necesario recordar:

Sistema	Unidad	<1 Vuelta	Sexagesimal
Sexagesimal	1°	$360^\circ = 60'$	$1^\circ = 60'$
			$1' = 60''$
Radial o Circular	1rad	$2\pi \text{ rad}$	$1^\circ = 3600''$

De donde obteníamos:

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

Consideraciones más que suficientes para alcanzar el objetivo del presente capítulo: expresar la medida de un ángulo en cualquier unidades que se requiera. El método que vamos a utilizar, es el del **Factor de Conversión**; que consiste en multiplicar la medida original del ángulo por una fracción, que vale 1; donde se numerador y denominador deben ser la medida de un mismo ángulo en el sistema que se desea obtener y el sistema que se desea convertir. Por ejemplo:

Ejemplo

Convertir $40^\circ \rightarrow$ Radianes

En este caso el factor debería ser de la forma: $\frac{M \text{ rad}}{N^\circ}$

La idea es hallar "M" y "N"; $M = \pi$ y $N = 180$.

Luego convertimos:

$$\theta = 40^\circ \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

Reduciendo:

$$\theta = \frac{2\pi}{9} \text{ rad}$$

Nota

Para convertir de: Sexagesimal $\rightarrow$ Radianes, el factor es:

$$\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$$

Para convertir de: Radianes $\rightarrow$ Sexagesimal, el factor es:

$$\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$$

Resolviendo en clase

- 1 Señale el equivalente de 45° en el sistema circular.

Resolución:

- 3 Calcular:

$$V = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad} + 60^\circ}{10^\circ}$$

Resolución:

Rpta:

Rpta:

- 2 Señale el equivalente de $\frac{\pi}{6}$ rad en el sistema sexagesimal.

Resolución:

- 4 A qué es igual:

$$E = \frac{2^\circ 3'}{3'}$$

Resolución:

Rpta:

Rpta

- 5 En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos mide $\frac{\pi}{6}$ ¿Cuál es la medida sexagesimal del otro ángulo agudo?

Resolución:

Rpta:

Ahora en tu cuaderno

7. Ordenar en forma decreciente

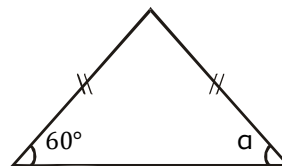
$$\theta = 72^\circ, \alpha = \frac{3\pi}{5} \text{ rad}, \beta = 12^\circ 35'$$

8. Calcular

$$P = \frac{\frac{\pi}{6} \text{ rad} + 110^\circ}{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}$$

9. ¿Cuántos minutos hay en $3^\circ 40'$?

- 6 De la figura calcular " α " en radianes



Resolución:

Rpta:

10. ¿Cuántos segundos tiene $1^\circ 3'$?

11. En un triángulo, dos de sus ángulos interiores miden 36° y $\frac{\pi}{9} \text{ rad}$ ¿Cuál es la medida sexagesimal del tercer ángulo?

12. Reducir:

$$A = \frac{x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ + \dots + nx^\circ}{2^\circ + 4^\circ + 6^\circ + \dots + 2n^\circ}$$

Para reforzar

1. Convertir 15° a radianes.

A) $\frac{\pi}{8}$ rad B) $\frac{\pi}{9}$ rad C) $\frac{\pi}{11}$ rad
D) $\frac{\pi}{12}$ rad E) $\frac{\pi}{15}$ rad

2. Convertir 18° a radianes.

A) $\frac{\pi}{2}$ rad B) $\frac{\pi}{7}$ rad C) $\frac{\pi}{10}$ rad
D) $\frac{\pi}{20}$ rad E) $\frac{\pi}{30}$ rad

3. Uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo mide 72° . Calcular el otro agudo en radianes.

A) $\frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{4}$ C) $\frac{\pi}{7}$
D) $\frac{\pi}{9}$ E) $\frac{\pi}{10}$

4. Señale el equivalente de 60° en el sistema radial.

A) $\frac{\pi}{3}$ rad B) $\frac{\pi}{4}$ rad C) $\frac{\pi}{7}$ rad
D) $\frac{\pi}{9}$ rad E) $\frac{\pi}{10}$ rad

5. Cuántos minutos hay en $4^\circ 44'$?

A) $284'$ B) $244'$ C) $264'$
D) $254'$ E) $274'$

6. ¿Cuántos segundos tiene: $1^\circ 2'$?

A) $3720''$ B) $3820''$ C) $3920''$
D) $3000''$ E) $3450''$

7. ¿Cuántos minutos hay en $2^\circ 20'$?

A) $180'$ B) $120'$ C) $140'$
D) $130'$ E) $150'$

8. Convertir 45° a radianes.

A) $\frac{\pi}{3}$ rad B) $\frac{\pi}{5}$ rad C) $\frac{\pi}{4}$ rad
D) $\frac{\pi}{7}$ rad E) $\frac{\pi}{6}$ rad

9. Convertir $22^\circ 30'$ a radianes.

A) $\frac{\pi}{2}$ rad B) $\frac{\pi}{3}$ rad C) $\frac{\pi}{8}$ rad
D) $\frac{\pi}{7}$ rad E) $\frac{\pi}{5}$ rad

10. Los ángulos del triángulo ABC son:

$$\hat{A} = \frac{x}{6} \text{ rad}, \hat{B} = \frac{x}{2} \text{ rad}, \hat{C} = \frac{x}{3} \text{ rad}$$

Hallar el menor de ellos.

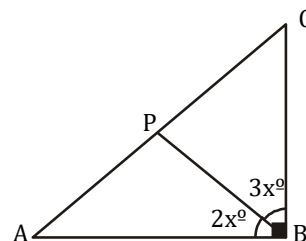
A) π B) $\frac{\pi}{5}$ C) $\frac{\pi}{6}$
D) $\frac{\pi}{3}$ E) $\frac{\pi}{12}$

11. Calcular:

$$C = \frac{\frac{\pi}{9} \text{ rad} - 4^\circ}{\frac{\pi}{20} \text{ rad}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12. De la figura. Calcular la medida del ángulo PBA en radianes



A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{5}$ rad C) $\frac{\pi}{4}$ rad
D) $\frac{\pi}{7}$ rad E) $\frac{\pi}{12}$ rad