Triángulo Educativo

Razonamiento Matemático

5° SECUNDARIA

# ANALISIS COMBINATORIO FACTORIAL DE UN NUMERO

**FACTORIAL (!)**

El factorial de un número "n" entero y positivo, es el producto de todos los números consecutivos desde el 1 hasta "n".

El símbolo que se utiliza para designar el factorial es "n!". n!

$$\boxed{= 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times n;\ n \in \mathbb{Z}^+}$$

**NOTACIÓN**

$$\underline{n\rfloor} = \underline{n\rfloor} = n!$$

Se lee: "factorial de n o n factorial".

**PROPIEDADES DE LOS FACTORIALES**

I. Solamente existen factoriales para números enteros y positivos.

Es decir

$\underline{n\rfloor} = n!$

Donde:

$$n \in \mathbb{Z}^+$$

II. Por axioma de las matemáticas, se define que:

$0! = 1;\ 1! = 1$

III. El factorial de un número puede ser siempre descompuesto como el producto del factorial de otro número menor que él por todos los números consecutivos a este último; hasta completar dicho número.

Así:

$7! = 7 \times 6 \times 5!$

$9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6!$

$(n-1)! = (n-1) \times (n-2) \times (n-3)!$

IV. En factoriales, las siguientes operaciones **no se cumplen**:

$(n+m)! \neq n!+m!$

$(n-m)! \neq n!-m!$

V. Si $a! = b! \Rightarrow a = b$; donde a y b son diferentes de cero.

$(x+3)! = 8! \Rightarrow x + 3 = 8$

$\therefore x = 5$

$$\left(\frac{m}{n}\right)! \neq \frac{m!}{n!}$$

***Ejemplos:***

1. $x! = 1 . 2 . 3 . \ldots . x$
2. $8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8$

Como el orden de los factores no altera el producto, entonces:

$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ o

también $8! = 8 \times 7!$

En general el factorial de un número "n" se puede escribir como:

$$\boxed{n! = n(n-1)!}$$

La última igualdad nos indica que el factorial de un número "n", es igual al número "n" multiplicado por el factorial del número inmediato anterior.

3. Simplifica:

$$R = \frac{8!+7!}{7!}$$

***Resolución:***

Recuerda que $8! = 8 . 7!$ Reemplazando valores en el numerador.

$$R = \frac{8.7!+7!}{7!}$$

Factorizando 7! en el numerador.

$$R=\frac{7!(8+1)}{7!}$$

$$\boxed{R=9}$$

4. Halla "n" de la igualdad.

$$\frac{(n+7)!\ \ (n+5)!}{(n+6)!+(n+5)!}=15!$$

***Resolución:***

Teniendo en cuenta que:
$(n+7)! = (n+7)(n+6)!$
$(n+6)! = (n+6)(n+5)!$

Reemplazando valores se obtiene:

$$\frac{(n+7)\times(n+6)!\times(n+5)!}{(n+6)(n+5)!+(n+5)!}=15!$$

Sacando un factor común en el denominador $(n+5)!$

$$\frac{(n+7)\,(n+6)!\,(n+5)!}{(n+5)!(n+6+1)}=15!$$

$$\frac{\cancel{(n+7)}\times(n+6)!\times\cancel{(n+5)!}}{\cancel{(n+5)!}\cancel{(n+7)}}=15!$$

$(n+6)! = 15!$
Para que la igualdad se cumpla:

$$\boxed{n=9}$$

**PRINCIPIO DE SUMA**

Si un experimento se puede realizar de $n_1$ formas, un segundo experimento de $n_2$ formas.... y el experimento "k" de $n_k$ formas; además si estos experimentos no se pueden dar a la vez; el número total de formas es $n_1+n_2+\ldots+n_k$.

***Ejemplos:***

1. Jorge quiere hacerle un obsequio a Susana, pero no sabe si regalarle flores o chocolates. Si escoge regalarle flores tiene que escoger 5 tipos de flores y si quiere regalar chocolates tiene que escoger 6 tipos de ellos. ¿De cuántas maneras podrá escoger un regalo?

***Resolución:***

Flores : 5 maneras
Chocolates : 6 maneras

Luego, flores o chocolates:

$$\boxed{5+6 = 11 \text{ maneras}}$$

2. Un comité de seis personas formado por: Luis, Fernando, Ricardo, Alicia, Rosa y Lucía, deben escoger un presidente, un secretario y un tesorero. ¿De cuántas formas puede realizarse si Ricardo o Lucía deben ser presidente?

***Resolución:***

Se tienen tres espacios por llenar,

_____ _____ _____
Presidente Secretario Tesorero

Si el presidente es Ricardo, quedan cinco formas de cubrir el cargo de secretario y cuatro formas de cubrir el cargo de tesorero, luego el número de formas es:
$1 \times 5 \times 4 = 20$. Si la presidenta es Lucía tendremos igualmente 20 formas de constituir la directiva.

Luego:
Número total de formas= 20+20

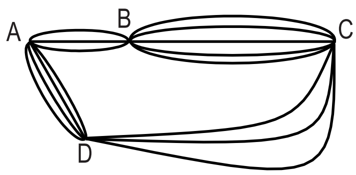
Número total de formas= $\boxed{40}$

**PRINCIPIO DE LA MULTIPLICACIÓN**

Si un experimento se puede realizar en k pasos sucesivos y el paso 1 se puede realizar de $n_1$ formas, el paso 2 de $n_2$ formas.... y el paso "k" de $n_k$ formas; entonces el número de experimentos posibles del conjunto es: $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$.

***Ejemplos:***

1. Supongamos que deseamos saber de cuántas formas podemos desplazarnos de "A" a "C", pasando por "B" o "D".




***Resolución:***

a) Para desplazarnos de "A" a "C", pasando por "B", tenemos $3 \times 5 = 15$ formas.
b) Para desplazarnos de "A" a "C" pasando por "D", tenemos $4 \times 3 = 12$ formas.
c) El total de formas para desplazarnos de "A" a "C", pasando por "B" o "D", es $15 + 12 = 27$

$$\boxed{\text{Total de formas} = 27}$$

Notamos que si pasamos por "B" no se puede pasar por "D" a la vez.

# ACTIVIDADES

**1** Si $(x+3)!+(x+1)!(x+2)(x+3)=240$, calcula el valor de:

$$E=\frac{(x+1)!}{x!}$$

*Resolución*:

*Rpta:*

**2** Halla "x".

$$\frac{(x+3)!}{(x+2)!+(x+1)!}=7$$

*Resolución*:

*Rpta:*

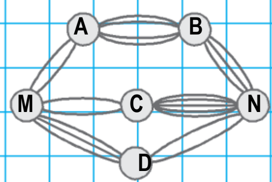
**3** Reduce la siguiente expresión:

$$E=2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times \ldots \times 2n$$

*Resolución*:

*Rpta:*

**4** ¿De cuántas maneras se puede viajar de M a N avanzando?




*Resolución*:

*Rpta:*

**5** Para ir de una ciudad "A" a una ciudad "B" hay "n" caminos y para ir de "B" a "C" hay "m" caminos. ¿Por cuántos caminos diferentes se pueden ir de "A" hacia "C" de ida y vuelta si el camino de regreso tiene que ser distinto al de ida?

***Resolución***:

***Rpta:***

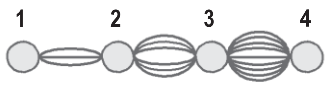
**6** Se tiene 3 pares de zapatillas distintas y 5 pares de zapatos diferentes. ¿Cuántas maneras de calzar hay en total?

***Resolución***:

***Rpta:***

## ACTIVIDADES

**7.** En la figura, cada línea representa un camino. ¿De cuántas maneras distintas se puede ir de la ciudad 1 a la ciudad 4?




**8.** ¿Cuántos números diferentes de cuatro cifras pueden escribirse con las cifras 1; 2; 3 y 4 sin que se repita ninguna cifra?

**9.** Marca verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. $\dfrac{3!}{4!}+\dfrac{3\times3!}{4!}=1$

II. $\dfrac{3!+4!+5!}{3!}=25$

III. $((3!)!)!=720!$

**10.** ¿Cuántos números de la forma

$$\overline{\left(5-\frac{a}{2}\right)(3-b)(c+4)\left(\frac{a+4}{2}\right)}$$ existen?

**11.** Halla x en:

$1!\times2^2+2!\times3^2+3!\times4^2+\ldots+20!\times21^2=x!-2!$

**12.** ¿Cuántas placas de automóvil de 5 símbolos pueden hacerse si los 2 primeros son vocales y los 3 últimos dígitos?

# ACTIVIDADES

**1.** Halla "n" en:

$$E = \frac{n!+6}{n!(n!+1)} = \frac{1}{20}$$

a) 2 b) 4 c) 3
d) 5 e) 6

**2.** Reduce la siguiente expresión:
$R = 3 \times 6 \times 9 \times 12 \times 15 \times ... \times 3n$

a) $n \times 3^n$ b) $3^n \times n!$ c) $3^n \times (2n)!$
d) $n! \times 9^n$ e) N.A.

**3.** Simplifica:

$$E=\frac{1!}{0!}+\frac{2!}{1!}+\frac{3!}{2!}+\frac{4!}{3!}+...+\frac{20!}{19!}$$

a) 1 b) 20 c) 380
d) 210 e) 2 100

**4.** Proyectamos un viaje y decidimos ir en tren o en bus. Si hay 5 rutas diferentes para el tren y 4 para el bus, ¿por cuántas rutas diferentes se puede viajar?

a) 9 b) 20 c) 12
d) 25 e) 24

**5.** En una urna hay 5 fichas numeradas del 1 al 5 y en otra urna 4 fichas numeradas del 6 al 9. Se saca una ficha de la primera urna y otra de la segunda urna, y con los números de las 2 urnas se forma un numeral. ¿Cuántos son todos los valores posibles de este numeral?

a) 56 b) 10 c) 20
d) 40 e) 18

**6.** Para enviar un artículo al mercado pasa por tres controles de calidad, en cada uno se inspecciona una cierta particularidad y se anota su conformi– dad; en el primer control hay 4 exámenes, en el segundo control hay 3 exámenes, y en el tercer control hay 2 exámenes. ¿De cuántas maneras se puede controlar la calidad de un producto?

a) 6 b) 9 c) 24
d) 8 e) 7

**7.** Un funcionario desea viajar de Lima a Tacna y tiene a su disposición 3 líneas aéreas y 5 líneas terrestres. ¿De cuántas maneras diferentes pue– de realizar dicho viaje?

a) 15 b) 2 c) 8 d)
4 e) 30

**8.** Calcula "n" de:

$$n(n-1)! = 720$$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 5

**9.** Adquiere destreza con el manejo de los factoriales de un número, resolviendo los siguientes ejercicios.

A. Simplifica:

$$M = \left[\frac{4!-5!+6!}{5!+6!-7!}\right] \times 175$$

B. Calcula el valor de a en:

$$\frac{a!(a!-3)}{a!+4} = 18$$

Da como respuesta el valor de M+a.

a) -26 b) 4 c) 22
d) -22 e) 32

**10.** Halla el valor de x en:

$$(x-4)! = 120$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

**11.** Simplifica:

$$\frac{25! - 24!}{6 \times 24!}$$

a) 6 b) 8 c) 4
d) 1 e) 3

**12.** Halla:

$$[(5! - 4!) \div 4!]!$$

a) 18 b) 24 c) 120
d) 2 e) 6